Sd. 16

MAVRICII BRESSII GRATIANOPOLITANI REGII ET RAMEI MATHEMATICARVM LVTETIÆ PROFESSORIS METRICES Aſtronomicæ libri quatuor.

HÆC MAXIMAM PARTEM NOVA EST RERVM Aſtronomicarum & Geographicarum per plana ſphericáque triangula dimenſionis ratio, veterique impendiò expeditior & compendioſior.

AD POMPONIVM BELLEVREVM SACRI CONSISTORII CONSILIARIVM, REGISQVE LEGATVM.

PARISIIS,

Apud Ægidium Gorbinum, ſub inſigne Spei, è regione gymnaſij Cameracenſis.

M. D. LXXXI.

CVM PRIVILEGIO REGIS.

VIRO CLARISSIMO LITERA-RVMQVE FAVTORI POMPONIO BELLEVREO SACRI CONSISTORII CONSILIARIO, ET Regis Legato, summóque fisci Præfecto Mauricius Bressius, S. P. D.

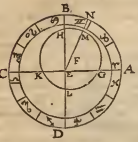
ARTIVM & disciplinarum quæ ad humanitatem pertinent non eadem, vir illustrissime, sunt omnium fundamentu. Earum námque partim sola ratione nituntur, vt Arithmetica & Geometria. Nec enim quod trium proportionalium numerorum factus ab extremis sit æqualis quadrato medij. Aut rectarum linearũ se in circulo secantium rectangulum segmentorum vnius æquetur rectãgulo segmentorum alterius: illud Arithmeticus, hoc Geometra confirmat experimentis, sed ratione. Partim experiẽdo cognitæ compertæque sunt, & fidem à sensibus repetunt. Quo ex genere medicina est, musica, astronomia. Herbarum enim, stirpium, fruticum, arborum, animalium, metallorum vires naturámque, quomodo nisi experiẽdo didicimus? Talem priscorum fuisse medendi artem Babyloniorum narrat Herodotus: Apud quos cum nemo esset medicinam qui faceret, ægroti in forum deferebãtur, atque à prætereuntibus discebant, si qui morbi genere consimili laborassent, quibus vsi remediis pristinæ valetudini redderentur. Vt autem ad artificium nostrum veniamus, qui compertum est suaues esse symphonias τὴν διὰ τεσσάρων, καὶ διὰ πέντε omnium autem suauissimam τὴν διὰ πασῶν, nisi aurium dictante & decernente iudicio? Ergo fundamentum harmonices primum in auditu est positum, qui prima sonorum discrimina suggerit. Sed quia sensus cum materia coniunctus est fluxa & concreta, vt propter illius instabilitatem nec omnes omnium hominum sensus iisdem de rebus eadem iudicent, nosque ipsi alias aliud eadem de re sentiamus, idcirco ratione quasi scipione quodam ad gressus firmandos sensus indigent. Quare harmonices κριτήρια duo sunt ἀκοὴ, καὶ λόγος. Quorum ab illa initium harmonice, ab hoc absolutionem perfectionémque consequitur. Non alia est Astronomiæ ratio, Cui siquidem mortalium absque obseruatione venire in mentem poterat solis, lunæque cursuum? Aut quales sint quinque errantium conuersiones? Qui aut aut vnde earum προποδισμοί, ἀναποδισμοί, στηριγμοί, φάσεις? Quæ singulorum tum aquilonares metæ, tum australes? Quando futuræ solis lunæque defectiones & quantæ? Quæ ipsorum magnitudines, quæ interualla? Itaque præstantes ingenio viri iam inde ab ipsis mundi cunabulis, animũ ad obseruandos siderum cursus luminúmque deliquia appulerunt. Principes Sethi filij cum iugi & diuturna contemplatione siderum motus comperissent, ne tanti vnquam inuenti extingueretur memoria, sed posteritati omnium seculorum proderetur, columnas duas, vnam lapideam, alteram lateritiam excitarunt, in iisque leges siderum sempiternas insculpse-

runt, vt si quo fato contingeret vnam dirui (quandoquidem memoria tenebant vaticinatum fuisse Adamum duplicem terrarum venturam perniciem, vnam diluuio, alteram incendio) reliqua superstes Astronomiam ad posteros propagaret. Perstiterunt in eodem studio Babylonij, cum iis patentis vndique cœli serenitas maximam suspiciendi & contemplandi supera opportunitatem largiretur. Itaque factę ab iis studiosè & diligenter obseruationes & mandatę literis. Quę pręcipuo ad Astronomiam exędificandam fuerunt vsui. Meminit τῶν ἐκ Βαβυλῶνος διακομισθεισῶν τηρήσεων maximè τῶν ἐκλείψεων lib. μεγ. συντάξεως quarto, ἐν τῇ ἀποδείξει τῆς πρώτης καὶ ἁπλῆς ἀνωμαλίας τῆς σελήνης Ptolemęus. Et extremo eiusdem libri capite.

Vtitur autem iis passim tanquam veris τῶν φαινομένων τηρήσεσι. Idem adhibet obseruationes vetustissimorum inter Gręcos Mathematicorum Metonis, Euctemonis, Aristarchi lib. 3. magnę constructionis, capite περὶ τοῦ μεγέθους τοῦ ἐνιαυσίου χρόνου. Omnibus etiam locis prodita ab Hipparcho phęnomena laudat. Laudat & lib. maxime 7, capite ὅτι περὶ δύο τοὺς διὰ μέσων &c. Menelai, cuius sphęrica edimus, Aristylli, Timocharis, Agrippę diuersis factas locis obseruationes. Libro autem 10 Theonis veteris obseruata, quibus ab eo donatus fuerat, commemorat, & ex iis veneris motus exquirit. Nec vero ipse in obseruando piger segnisue, sed vltimam adhibuit diligentiam. Quare phænomena vbique refert à se ἀδιστάκτοις τηρήσεσιν obseruata, & ἀκριβέστατα τετηρημένα. Eandem emendandæ & amplificandæ Astronomiæ viam ingressi sunt posteri, vt Albategnius, Regiomontanus, Copernicus atque alij. Ex quo patet principia & elementa Astronomię esse τὰ φαινόμενα, quemadmodum testatur Ptolemęus lib. 1. μεγ. συνταξ. differens περὶ τῆς τάξεως τῶν θεωρημάτων. Ait siquidem. Ἔχεσθαι τούτων πειρασόμεθα δεικνύειν ἀρχαῖς μὲν καὶ ὥσπερ θεμελίοις εἰς τὴν ἀνεύρεσιν χρώμενοι τοῖς ἐναργέσι καὶ φαινομένοις, καὶ ταῖς ἀδιστάκτοις τῶν τε παλαιῶν καὶ τῶν καθ' ἡμᾶς τηρήσεων. Conabimur, inquit, horum singula ostendere vsi principiis ac veluti fundamentis inuentionis rebus euidentibus & phænomenis, & certis miniméque dubiis, tum veterum, tum eorum qui nostra floruerunt memoria obseruationibus. Quod igitur Astronomia proprium habet sibique peculiare, sunt phænomena. Quorum nullam sibi partẽ Arithmetica, nullam aut perexiguã vendicat Geometria. At positis phænomenis obseruatione deprehensis, reliqua pertexit Geometria, implorato interdum numerorum subsidio. Quare Ptolemæus eodem loco adiicit, τὰς ἐφεξῆς τῶν καταλήψεων ἐφαρμόζοντες διὰ τῶν ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐφόδοις ἀποδείξεων. Reliqua quæ ex Phęnomenis colliguntur & comprehenduntur componentes & aptantes per demonstrationes quæ per lineas peraguntur. Et harmonicorum libro primo. ἁρμονικοῦ δ' ἂν εἴη πρόθεσις, τὸ διασῶσαι πάντα χῇ τὰς λογικὰς ὑποθέσεις τοῦ κανόνος μηδαμῇ μηδαμῶς ταῖς αἰσθήσεσι μαχομένας, κατὰ τὴν τῶν πλείστων ὑπόληψιν. ὡς ἀστρολόγου, τὸ διασῶσαι τὰς τῶν οὐρανίων κινήσεων ὑποθέσεις, συμφώνους ταῖς τηρουμέναις παρόδοις, εἰλημμένας μὲν καὶ αὐτὰς ἀπὸ τῶν ἐναργῶν καὶ ὁλοσχερεστέρων φαινομένων. εὑρούσας δὲ τῷ λόγῳ τὰ κατὰ μέρος ἐφ' ὅσον δυνατὸν ἀκριβῶς.

Harmonici propositum est conseruare vbique hypotheses canonis à ratione depromptas nusquam sensibus repugnantes, opinione quidem plurimorum, vt Astronomi conseruare cœlestium motuum hypotheses, conuenientes obseruatis motibus, sumptas ex euidentibus & integris phænomenis, ex quibus deinde ratione, nimirum Geometrica, singula quanta fieri maxima accuratione potest inuenta sunt. Duplicem igitur Astrononomiæ nauat operam Geometria. Vnam quidẽ in constituendis hypothesibus, quibus positis illi sequãtur in stellis motus qui ex omni hominum memoria visi notatique sunt. Alteram in computãdis iisdẽ motibus per eas hypotheses, & cognoscendis ad datum quodcũque tempus stellarum locis & interuallis. Quid autem ve-

tat quominus, etiamsi res videatur vt in epistola & præfatione insolens, exemplo ab Astronomia petito & diagrammate Geometrarum more illustretur? Est igitur phænomenon moueri solem circa mundi centrum inæqualiter, hoc est æquales zodiaci arcus inæqualibus perambulare temporum spatiis. Obseruarat enim Hipparchus, & post eum Ptolemæus, solem percurrere quadrantem zodiaci qui ab æquinoctio verno est vsque ad æstiuum solstitium diebus 94 & semisse. Alterum qui ab æstiuo est solstitio vsque ad autumnale æquinoctiũ, diebus 92 & semisse. Vnde manifesta apparet motus solis anomalia. Quid igitur ἀταξίαν esse aliquam & ἀνωμαλίαν in cœlestibus illis corporibus perhibebimus? Apage. Quid enim magis abhorret à diuini opificis sapientia? At apparet tamen. Hic igitur laborantibus nobis suppetias veniet Geometria. Demonstrabit enim anomaliam illam (quæ re vera nulla est) ex situ ac ordine circuli per quem sol decurrit existere. Esto enim zodiacus circulus ABCD circa centrum E, quod & mundi quoque centrum est, & oculi. Ducantúrque duæ ipsius diametri sese ad rectos secantes AC, BD. & esto A punctum verni æquinoctij. B æstiui solstitij. C erit autumnalis æquinoctij punctum. D brumę. Ex eo phænomeno sol semicirculum borealem ABC diebus 187 peragrat. Alterũ CDA diebus 178 & quadrãte. Diutius ergo immoratur semicirculo ABC, quàm semicirculo CDA. Rursus quadrantẽ AB lustrat diebus 94 & semisse. reliquũ BC diebus 92 & semisse. Ergo & hic quoque tardius percurrit quadrãtem AB quàm BC. Esto igitur circulus per quem sol vehitur HKLG. quem quidem, vt rationi est consentaneum ad exterminãdã à cœlestibus ἀταξίαν & ἀνωμαλίαν, æquali motu perãbulat. Quare cum diutius immoretur in semicirculo zodiaci ABC boreo, quàm in reliquo CDA, sequitur maiorem circuli GHKL arcum esse intra semicirculum ABC. Ergo arcus GHK maior arcu KLG. Centrumque circuli GHKL est in semicirculo ABC, ac intra arcum GHK. Eadem ratione sequitur idem centrum esse in quadrante AEB, & arcum GMH maiorem esse arcu HK. Quod in quadrante zodiaci AB maior solis mora sit, quàm in quadrãte BC. Esto igitur cẽtrum circuli GHKL punctũ F, & ex cẽtro zodiaci E per centrũ F proferatur vsque ad zodiacum recta EFMN. Erit igitur ex 7 lib 3 elem. punctũ M. remotissimũ à terra. punctũ vero ei ex diametro oppositũ, proximũ. Docebitque Geometria solem circulũ GHKL æquabili velocitate percurrentẽ, videri tamen in zodiaco ABCD motum inæqualiter: tardissimè quidem cum est in M apogeo, vt vocant Astronomi, velocissimè autem in puncto ei opposito. Ex quo sequitur φαινόμενον illud τῆς ἀνωμαλίας, effici ex situ circuli in quo sol vehitur. Hoc igitur primum ἔργον Geometria in Astronomiam conferet, hypothesin phænomenis conuenientem & consentaneam, moueri solem æquabiliter in orbe suo, & circa orbis sui centrum, diuersum à centro zodiaci. Nec verò minore ipsam ad computationes augebit beneficio. Namque ex planorum triquetrorum doctrina centri orbis solis à centro zodiaci distantiam, hoc est rectam EF, ope adiuta Arithmetices patefaciet. Hanc Ptolemæus reperit partem esse vicesimamquartam semidiametri excentrici FM. Doce-



bit & locum apogei solis, quod Ptolemæus tempestate sua offendit in quinto gradu & semisse geminorum. Denique ex eadem planorum triquetrorum doctrina τὴν ἀκριβῆ καὶ φαινόμενον τοῦ ἡλίου τόπον ad datum quoduis tempus inueniet. Vtque in planis Astronomiæ adest Geometria, ita ne in sphæricis quidem ipsam desereret. Ex his tribus igitur mihi constare Astronomia videtur, Phænomenis, hypothesibus & epilogismo, siue dimensione quæ fit iuxta hypotheses. Obseruatio τῶν φαινομένων periti sit licet artificis, regia tamen liberalitate sustentanda est. Quod & loco opus est ad obseruationes celso ac edito, ex quo cœlum vndique pateat. Et variis instrumentis, iisque accuratis & exquisitis, quę non nisi magnis sumptibus cōparaueris. Denique obseruatores & speculatores otio affluere & abūdare necesse est. Regis autē virtus tantū Professores & Doctores artium hactenus constituit, de rerū cœlestiū obseruatoribus & contemplatoribus cogitasse nondum videtur. Qua de re quisquis apud principem egerit & confecerit, is & regi & suasori sibi gloriam nomenque immortale comparauerit. Quod si quis est omnium à quo id sperari possit & debeat, tu certè es Belleuree doctissime. Aut si te Reipublicæ & regiorum negotiorum procuratio ab ea cogitatione abduxerit & abstraxerit, viros video illustri ortos genere, virtutis & literarum imprimisque artium Mathematicarum cupidissimos & studiosissimos, & apud principem gratiosissimos, alterum Reginæ fratrem, ducem Mercurij. Alterum dominum Arquij, quos tam præclari instituti authores regi & suasores fore tam promptos támque alacres crediderim, quàm iis facilè ac procliue fuerit ab ipso impetrare. Vt autem ad hypotheses veniam, præclare ipsas quantum superiorum ętatum obseruationes patiebantur Ptolemæus exposuit, & Proclus Diadochus compendiose tradidit. Epilogismus autem, seu metricæ Astronomica breuiorem adhuc & compendiosiorem desiderauit viam. Nam si quid in Astronomicis molestum & operosum est, id totum in computationibus situm est. Hanc partem Astronomiæ tractandam suscepimus. Quam quidem nos multis ambagibus & circuitionibus liberasse, & planiorem expeditiorémque reddidisse, nouorum etiam theorematum accessione locupletasse, studiosi, vt confido, sentient. Hanc tibi tuóque sacramus nomini. Cumque tuis virtutibus & hæc & longè maiora quàm proficisci à nobis queant debeantur, tibi vt hoc studiosi debeant, ac per te inuentis fruantur nostris volumus. Non enim vereor ne viro non omni laude dignissimo, & doctrina cumulatissimo hęc dicasse videar. Qui ad ingenuas liberalesque disciplinas, iuris adiunxeris prudentiam: Ad iuris ciuilis prudentiam, rerum vsum & experientiam: Ad experientiam, rerum publicarum gerendarum scientiam: Ad eamque scientiam, raras his temporibus dotes animi, probitatem & integritatem. Itaque multiplici à rege, cui charus fuisti semper, decoratus dignitate es. Tum Regij Consiliarij sacri angustiorisque Consistorij. Tum summi moderatoris fisci thesaurique Regij, tum senatus Præsidis qui honos annum iam quadragesimum vestræ familiæ est hereditarius. Cum olim pater Gratianopoli Senatus princeps fuerit, nunc frater, tu modò Lutetiæ. In quibus gerendis magistratibus, nec tuam senatus iustitiam clientesque desiderarunt vnquam. Nec fisci administratio continentiam. Nec regium sacrúmque concilium, vtile ac fidele consilium. Iam si quid cum exteris regibus ac nationibus contrahendum, quis aut potius deligitur, au fœlicius transigit? Si docta & graui, & prudenti oratione populares tumultus & seditiones compescendæ, cuius lingua aptior & efficacior? Si egro laborantique regno succurrendum, cuius opera vtilior? Testes mandatę à regibus Carolo & Henrico tibi, abs te autem fœlicissimè obitę ad Heluetios, Rhetos, Polonos, legationes. Testes sedati sepenumero tumultus Gallici. Testis proximè parta confectáque regno huic tuis maximè consiliis auspiciisque postrema pax. Hisce tot tātisque laudibus eam quę non in postremis ducenda est

adiungam, Quod literas literatósque singulari quodam amoris ardore amplecteris. Quod cum alij complures experti sunt, tum vero ipse non minimum. Expertum est, experiturque quotidie doctorum regiorum collegium. Vt enim aliqua propter horum calamitatem temporum Doctoribus Regijs solutionis stipendiorum difficultas obiecta est, illi ad te confugiunt, tu ijs præsto es, eósque gratia tua subleuas. Quibus nominibus cum sempiterna dignus laude es, tum vero vt tu, tuíque si qui sunt similes vigeatis floreatísque optamus.

Vale. Parisijs Cal. Augusti.

ERRATA TYPOGRAPHICA,

Errata			*ſic reſtituenda.*
		In epiſtola.	
anguſtioriſque			auguſtioriſque.
deſereret			deſeret
au			aut
pag.	verſ.		
1.	2.	165.	365.
6.	16.	adæret	adhæret.
10	5.	diuidendæ ſunt in 20 g̃.	diuidendæ ſunt in 22 gradus.
12.	18.	genti	geniti.
17	2.	ex AE in CD	Ex AB in CD
18.	24.	quàm peripheriam.	quàm peripheria.
20.	20.	ſiniſtro dextroue latere	ſiniſtro dextroue latere:
20.	25.	ſinum	ſinuum.
20.	30.	duplũ 7 qui quærebatur.	Duplum 72, quæ quærebantur.
20.	31.	minuetis	minutis.
20.	31.	arcus datæ chordæ.	deleatur.
21.	5.	56 26	59 26
31.	32.	columna tertia. 20 26	20. 6
40.	18.	B inæ igitur DM, ME.	Binæ igitur DM, MC.

Rurſus ſumpto initio à Canone adſcriptarum & hypotenuſarum.

1.	25.	col. 4.	1.	1. 1.
7.	17.	col. 1.	55. 56.	45. 56.
14.	47	col. 3.	49. 9.	40. 9.
14.	52.	col. 2.	5. 56.	6. 56.
15.	7.	col. 1.	9. 13.	9. 3.
19.	35.	col. 4.	46. 1. 15.	1. 46. 1. 15.
25.	25.	col. 6.	29. 0.	39. 0.
28.	27.	col. 3.	39. 40. 40.	29. 40. 40
32.	36.		CG CE.	CF, CE
35.	3.	De triangul. planis rectil.	De triangullis rectilineis.	
36.		corruptus, eſt enim 33.		
36.	9.	Ex æqua igitur ratione.	Ex perturbata igitur &c.	

Errata			*ſic reſtituenda.*
pag.	verſ.		
37.	13.	ponatur.	ponantur.
41.	24.	Item	idem.
45.	20.	latu,'5. DC.	latus D C.
46.	2.	ialium	talium.
46.	10.	igiur.	igitur.
47.	4.	ſic B datum.	ſic AB datum.
47.	16.	redatis.	datis.
	43.	reſidua BC.	reſidua EC.
49.	32.	inſeremus.	inſereremus.
50.	14.	circulus ABC	circul' ABC maxim', maximum circulum DBE, & in ſimilibus.
52.	26.	itemq; duo ADB.	itemque duo DBC
55.	36.	pro 1. coroll. huius.	per 1. cor. 1. huius.
57.		preterea. linea que.	præterea. linea quæ.
58.	9.	Si duo max. circuli.	ſi in ſphera duo max. circ. & in ſimilibus.
61.	29.	guli GBL, BGC	guli GBL, BGL.
61	49.	quoque L, N.	quoque L, M.
62.	24.	Sunto ſex linee A, rati.	Sunto ſex lineæ A, B, C, D, E, F, ſitque ratio A ad B compoſ. &c.
65.	2.	ad eſt	eſt ad
65.	5.	51 g̃ 57 m̃. 44. 2̃.	51. ſex. 1̃. 57. g̃. 44 m̃.
68		ſepe	ſæpe.
74.	28.	anguli BAC adſcriptã.	anguli BAC ad adſcriptam.
77	24.	idque	iſque
80.	40.	per antecedentem.	per 33 propoſ.
81.		in prima catagrapha, nota dati adſcripta eſt arcui BC, quæ apponenda eſt angulo BCA.	
81.	47.	tionem eſt	tionem datus eſt.
83.	47.	AD, DE	AD, AE.

METRICES ASTRONOMICAE LIBER PRIMVS,

DE LOGISTICA ASTROMOMICA.

ASTRONOMI cœlestes circulos, tū maximos, tum minores, clarissime Belleuree, in 360 partes, vt & solis curriculo 165 diebus & quadrante ferè vnios diei signiferum percurrentis proximas, & ad sexagenariam progressionem accommodatas, diuiserunt. Harum singulas, cum amplissimum in cœlo spatium occuparent, vt in minora fragmenta comminuerent, ad dimensiones accuratius peragendas, in partes sexaginta, quæ prima vocant scrupula, Græci λεπτὰ vel ἑξηκοστὰ πρῶτα, distribuerunt. Delecto sexagenario numero, vt commodissimo, quòd varias partitiones absolutas admittat. Rursúsque prima quæque scrupula, in 60 secūda, Græcis ἑξηκοστὰ δεύτερα, & secunda quæque in 60 tertia, Græcis ἑξηκοστὰ τρίτα, ac ita deinceps, disspertiuerunt. Atque vt partitione sexagenaria, ordinatæ ab integro, siue à partibus, creantur descendendo species: sic coaceruatione sexagenaria, superiores ascendendo constantur. Nam 60 partes, siue integra, siue gradus lubet appellare, vnam conficiunt sexagenam primam partium, vel graduum. Et 60 primæ sexagenæ, vnam secundam, 60 secundę, vnam tertiam, ac ita consequenter. Quo fit vt species sint continuè proportionales: sunt enim aliæ aliarum ordinatim sexagecuplæ. Hinc etiam sequitur, vt primum scrupulum sit integri pars sexagesima. Secundum scrupulum, pars sexagesima sexagesimæ partis integri. Id est 3600. seu ter millesima sexcentesima. Tertiū, sexagesima pars ter millesimæ sexcētesimæ, id est 216000 pars. Pari ratione, vna sexagena prima, cōtineat 60 integra. Vna secunda, 3600 integra. Vna verò tertia, 216000 hoc est ducenta sexdecim millia integrorū. Ita quēad modū monadis accumulatione, fit omnis numerus: Ipsáque monas in particulas dissecatur. Sic congregatione integri, fiunt sexagenę. Eius autē in minutiores particulas distributione, scrupula. Planéque quod in numeris simplicibus monas est, idem in hexecōtadibus est integrū. Vt autem circulos, ita integra omnia, vt annos, menses, dies, horas, in 60 particulas, siue scrupula prima. Ipsaque rursus in 60 secunda, secundúmque quodlibet in 60 tertia, diremerunt. Sic etiam rectarum circulo inscriptarum partes, in prima scrupula: scrupula prima, in secunda. Secunda, in tertia diduxerunt.

¶ Designandis autem speciebus sexagenarum, integrorum, & scrupulorum, hæ notæ attributæ sunt. Gradibus quidem, siue partibus, siue integris, transuersa linea -. Minutis, siue scrupulis primis, lineola à sinistra dextram versus assurgens, ad modum acuti Græcorum accentus ′. secūdis, eadem geminata ″. tertiis, triplicata, ‴ ac ita deinceps. At sexagenis primis indicandis, imponitur lineola in contrarias partes tendens, atque à dextra sinistram versus se attollens, ad instar grauis accētus Græcorum vt ‵. secundas sexagenas, eadem duplicata indicat, hoc modo. ‶. tertias, triplicata, hoc pacto ‷. ac ita in reliquis. Esto enim exempli gratia, propositus hic numerus $\overset{‷}{24}.\overset{‶}{30}.\overset{‵}{15}.\overset{-}{13}\ \overset{\prime}{8}.\overset{\prime\prime}{52}.\overset{\prime\prime\prime}{7}$. Is igitur continet 24 sexagenas tertias, 30 secundas, 15 primas, 13 partes, siue gradus 8 prima scrupula, 52 secunda, 7 tertia. His planè notis vtendum censeo, quanquam typorum penuria, aliis coacti fuimus vti.

PROPOS. I.

Datorum numerorum ſummam facere.

DAti numeri ſint 35 ſexag. 2̄. 4 ſexag. ī. 29 ḡ. 11 m̄. 36 2̄. 39 3̄. 54 4̄. & 20 ſexag. 2̄. 18 ſexag. ī. 45 ḡ. 45 m̄. 56 2̄. 20 3̄. 3 4̄. Hos oportet in vnam ſummam colligere. Datos igitur numeros ita diſpono, vt qui ſpeciei ſunt eiuſdem, alij aliis ad perpendiculum ſubiiciantur. Hoc eſt integra integris, ſcrupula ſcrupulis, vt ex ſequenti ſchemate apparet. Deinde ſubtus ducta recta linea, addo ſigillatim eiuſdem ſpeciei numeros, eorúmque ſummas, ſuo quanque ſubſcribo ordini.

ſex. 2̄.	ſex. ī.	ḡ.	m̄.	2̄.	3̄.	4̄.
35.	4.	29.	11.	36.	39.	54.
20.	18.	45.	45.	56.	20.	3.
ſex. 2̄	ſex. ī.	ḡ.	m̄.	2̄.	3̄.	4̄.
ſũma. 55.	23.	14.	57.	32.	59.	57.

Quod ſi ſumma exceſſerit 59, aufero 60 ex ea quoties poſſum: ſi quid reliqui fiat, ſubcribo. Pro quibuſque autem 60, adiicio monadem ſequenti ſiniſtram verſus ordini. Vt in propoſito exemplo, inchoans à dextris numeris, addo 3 ad 54, fiunt 57, quæ eidem & quartorum ſcrupulorum ordini ſubcribo. Deinde 39 ad 20, ſumma fit 59, quæ ſubcribo. Tũ accedens ad ſecunda, addo 36 ad 56, ſumma fit 92. Vnde ſubductis 60, reſtant 32, ſubſcribo 32. Pro ablatis autem & reſeruatis 60, addo 1 ſequenti primorum ſcrupulorum ordini. Ergo 1 & 11, ſunt 12. Quæ cum 45, faciunt 57. ea ſubiicio. Venio deinde ad integra, & addo 45 ad 29, ſumma fit 74. hoc eſt 1 & 14, ſubcribo 14 ordini integrorum, & addo 1 ſequenti ſexagenarum primarum ordini. Ergo 1 & 4 ſunt 5. quæ cum 18, faciunt 23. quæ ſubnoto. Denique aggrego 35 ad 20, fiunt 55, quæ ſubnoto. Erit ergo ſumma datorum numerorum. 55 ſexag. 2̄. 23 ſexag. ī. 14 ḡ. 57 m̄. 32 2̄. 59 3̄. 57 4̄. Demonſtratio cum additionis, tum ſubductionis, multiplicationis, & diuiſionis eſt, quod idem eſt per tota, & per partes, addere, ſubducere, multiplicare, & partiri.

PROPOS. II.

Datorum numerorum, minorem ex maiori auferre.

ESto datus numerus 29 ſexag. ī. 45 ḡ. 18 m̄. 53 2̄. 42 3̄. Ex quo auferendus eſt alius datus numerus, 12 ſexag. ī. 54 ḡ. 39 m̄. 20 2̄. 40 3̄. Colloco vt in additione numeros, ſubducendum infra, eum autem vnde ſubduci debet, ſupra: ſubtus ducta linea. Et à dextris exorſus numeris, ſiniſtrorſum progrediens, inferiores numeros ex ſuperioribus ſpeciei conſimilis ſigillatim aufero, ſubnotatis reſiduis. At ſi inferior fuerit ſuperiore maior, ſuperior muruatur monadẽ ex ſequente ſiniſtrã verſus, quæ efficit 60 ſuæ ſpeciei monades. 2 60 igitur ſub duco inferiorem numerum, reliquum de ſumma 60 & ſuperioris numeri, ſubſcribo, vt in propoſito exemplo, ſexagenis ſexagenas ſubiicio, integris, integra ac ita deinceps. Tum autem inchoans à dextris numeris & ſcrupulis tertiis, aufero 40 ex 42, reſtant 2. quę ſubſcribo eidem ordini, vt poſte tertiorum. Deinde aufero 20 ex 53, reſtant 33. ea ſubſcribo.

ſexag.	ī.	ḡ.	m̄.	2̄.	3̄.
	29.	45.	18.	53.	42.
	12.	54.	39.	20.	40.
ſex.	ī.	ḡ.	m̄.	2̄.	3̄.
Reſiduũ.	16.	50.	39.	33.	2.

Pergo poſtea ad prima ſcrupula, in quorum ordine 39 ſunt auferenda ex 18. Quod vt fiat, mutuor 1 ex 45, quod valet 60, ẽ quib⁹ ablatis 39, reſtãt 21, quæ cũ 18 ſuperſcriptis efficiunt 39, ea ſubnoto. Deinde ad integra progrediens, aufero 54 ex ſuperiore numero. Quod quia fieri non poteſt, mutuor ex 29. vnam ſexag. primam, quæ valet 60 antecedentis ordinis. Vnde ſubductis 54, reſtant 6. Quibus additis ad 44 ſuperſcripta (nam cum 45. mutuam dederint monadem numero 18, retinent ſolum 44) ſumma reliqui fit 50, quæ ſubſcribo. Denique detractis 12 ex 28, reſtant 16, ſitque numerus reliquus, 16 ſex. ī. 50 ḡ. 39 m̄. 33 2̄. 2 3̄.

PROPOSITIO. III.

Si duæ hexecontadon ſpecies ſe inuicem multiplicauerint, erit vt gradus ad multipli cantem, ſic multiplicata ad reliquam.

Euclides lib.7, definitione 16, numerorum multiplicationem, Græci πολλαπλασιασμὸν vocant, definiens, ait numerum dici alium numerum multiplicare, quando quot sunt in eo monades, toties aggregatur multiplicatus, & gignitur aliquis. Vt 3 dicuntur multiplicare 12, quando quot sunt in 3 monades, toties aggregantur 12, fiuntque 36. Quo fit vt quatuor in omni multiplicatione sint semper proportionales numeri, monas, multiplicans, multiplicatus, genitus. Sint enim duo numeri A & B, & A multiplicans B faciat C. Esto etiam D monas. Aio D esse ad A, vt B ad C. Etenim per definitionem multiplicationis, Quot sunt monades in A, toties B aggregatur, vt fiat C.

1	3	12	36
D	A	B	C

Ergo quoties D monas est in A, toties B continetur in C. Quare vt D ad A, sic B ad C. Hoc est, vt monas ad multiplicantem, sic multiplicatus ad genitum. Cumque, vt supra docuimus, integrum siue gradus, in sexagenaria proportione monadis rationem obtineat, Idcirco gradus se habebit ad multiplicantem speciem, vt multiplicata ad genitam.

PROPOSITIO IIII.

Integris per integra multiplicatis, fiunt integra. In alias verò species ductis, gignuntur species eædem. At speciebus inter se multiplicatis, siquidem generis fuerint eiusdem, fit ea species, quam indicant additæ multiplicatarum specierum notæ. Si diuersi, æqualiter tamen ab integro distantes, nascuntur integra. Sin ab eo inæqualiter fuerint remotæ, subducta minore nota speciei vnius, ex maiore alterius, relinquitur nota speciei genitæ, quæ quidem species, in eodem subsistit genere, atque ea de multiplicatis cui nota adhæret maior.

Exponantur quotcunque species sexagenaria ratione continuè proportionales. A tertia sexagena, B secunda, C prima, D gradus, E primum scrupulum, F secundum, G tertium, H quartum.

sexag. 3̄.	sex. 2̄.	sex. 1̄.	g̃.	m̃.	2̄.	3̄.	4̄.
A	B	C	D	E	F	G	H

¶ Aio igitur primum integro, siue gradu, per gradum multiplicato, fieri gradum. Quod statim ex antecedēti patet, cum quatuor proportionales termini, sint iidem.

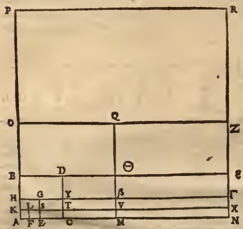
¶ Aio præterea gradu in speciem quancunque ducto, gigni speciem eandem. Multiplicetur enim D gradus, in F secundum scrupulum. Aio fieri secundum scrupulum. Erit enim ex antecedenti theoremate gradus ad gradum, qui in præsentia multiplicat, vt F multiplicata species, ad genitam. Vt autem gradus ad gradum, sic F ad F. ergo per 11 lib. 5 elem. F est ad speciem genitam, vt ad F. & per 2 partem 9 lib. 5 elem. species genita est æqualis F. Ex gradu igitur in secundum scrupulum, fit secundum. Eodem modo ex ductu integri in tertium scrupulum, nascetur tertium scrupulum. Ducatur iam D integrum in A tertiam sexagenam. Eritque per antecedentem, integrum ad D integrum, vt A ad speciem genitam. Sed & sic quoque est A ad A. Itaque per 11 lib. 5 & secundam partem 9 libri eiusdem, species genita est A, hoc est tertium scrupulum. Ita integrum in quancunque ducatur speciem, eandem gignit speciem.

¶ Præterea si species eiusdem generis inter se multiplicentur, dico fieri eam speciem, quam indicant additæ multiplicatarum specierum notæ. Ducatur enim E primum scrupulum in F secundum. Cumque nota primi scrupuli monas, & secundi binarius, additæ faciant 3, notam tertij scrupuli: Aio fieri G tertium. Erit enim vt integrum ad E, sic F ad genitum, per antecedentem. At & sic quoque F est ad G, ex hypothesi sexagenariæ proportionis. Ergo per 11. & 9 lib. 5 genita species erit G, hoc est, tertium, scrupulum. Sic ex F in F, id est secundo scrupulo in secūdū, fieri H quartum, demonstrabimus. Erit enim ex antecedenti, vt integrum ad F, sic F ad genitum. At & sic quoque per hypothesim F ad H: genita igitur species erit H. Quod si C multiplicetur per B, id est prima sexagena in secundam, fiet A tertia. Erit enim per antecedentem, vt D integrum ad C, sic B ad genitam speciem. At & sic quoque ex hypothesi B ad A. Ergo per 11 & 9 lib. 5 elem. genita species est A. Si igitur multiplicatæ species fuerint generis eiusdem, vt vel ambæ sexagenarum, vel ambæ scrupulorum, fit ea species, quam indicant additæ multiplicatarum specierum notæ.

¶ Sin autem diuersi quidem generis species, æqualiter tamen ab integro distantes, multiplicentur, fient integra. Ducatur enim F secundum scrupulum, in B secundam sexagenam, Dico nasci integrum. Erit enim ex antecedenti D integrum, ad F secundum scrupulum, vt B ad genitam speciem. At & sic quoque ex hypothesi B ad D integrum, ergo per 11. & 9 lib. 5. elem. gignitur integrum.

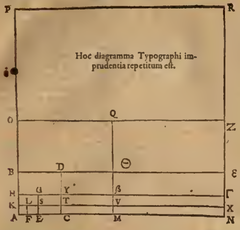
¶ Assero denique si diuersi generis species, inæqualiter ab integro remotæ multiplicentur, subducta minore nota speciei vnius ex maiore alterius, restare notam speciei genitæ, quæ quidem in eodem subsistit genere, atque ea de multiplicatis cui nota adhæret maior. Ducatur enim B in H, Hoc est secunda sexagena in quartum scrupulum. Quia 2 nota secũdæ sexagenæ, detractis ex 4. nota quarti scrupuli, restant 2. Aio effici secundum scrupulum, cum nota scrupulorum scil. 4, sit maior nota secundarum sexagenarum. Erit siquidem per antecedentem, D integrum ad B, vt H ad genitam speciem, at & sic quoque, ex hypothesi, H est ad F. ergo per 11. & 9. lib. 5. elem. genita species est F, nimirum secundum scrupulum. Ducatur vice versa E in A. Dico effici B. Erit siquidem, vt D integrum ad E, sic A ad speciem genitam, per antecedentem. At & sic quoque ex hypothesi, A est ad B, ergo per 11. & 9 lib. 5. elem. species genita est B. Eodem modo in cæteris demonstrabimus. Quod propositum fuit.

ALITER.



Quemadmodum monas in se ducta, efficit monadem, manétque eadem, ex quo nomen adepta est ἀπὸ τῆς μονῆς. Ducta verò in quẽcunque numerum, eundem restituit numerum, vt 1 ductũ in 4, efficit 4. ductum in 10, efficit 10. contra quàm cæteri numeri, quorũ ex multiplicatione mutua, specierum fit mutatio. Nam 3 ductis in 4, non manet productum idem, sed fit 12. Sic integrum monadis rationem in sexagenaria proportione obtinens, & notæ expers, in se ductum, procreat integrum. Ductum in prima scrupula, parit prima: in secunda, secunda. In primas sexagenas, gignit primas sexagenas: in secũdas, secundas, ac ita deinceps. Quod ita demonstrabimus. Quia factus ex ductu duorum numerorum, parallelogrammi rectanguli refert speciem, Componantur ad rectos angulos duæ rectæ lineæ AB, AC, & sit vtraque pars vna, absoluatúrque quadratum ABCD, erítque quadratum AD, pars itidem vna. Sint rectæ AC partes sexagesimæ AE, AH: rectæ autem AE, sexagesimæ partes AF & AK. Erunt igitur ex hypothesi sexagenariæ proportionis, & ex fabrica, AE & AH prima scrupula: AF & AK, secunda. Productis autem AB, AC, vsque ad P & N, fiant earum sexagecuplæ AM & AO. Rursúsque rectarum AM & AO, sexagecuplæ AN & AP. Erunt igitur ex hypothesi & fabrica, AM & AO sexagenæ primæ, AN & AP secũdæ. Per puncta F, E, C, M, N, ducãtur lineæ paralleli FL, ESG, CTYD, MVβΘQ, NXγεζR. Per puncta vero K, H, B, O, P, paralleli KLSTVX, HGYβγ, OQζ, BDΘε, PR. Aio integris in speciẽ quanque ductis, gigni speciem eandem. Ac primo cum rectangulum HC contineatur ab integro AC, & primo scrupulo AH, primum esse scrupulum. Vt enim AB ad AH, sic AD ad AY, per 1. lib. 6 elem. Est autem ex hypothesi AB sexagecupla AH, ergo & AD sexagecuplum erit AY. AD est integrum, ergo AY scrupulum primum. Integrum igitur ductum in primum scrupulum, parit primùm scrupulum.

Simili-



Similitet cum rectangulum KC contineatur ab integro AC,& ſecundo ſctupulo AK: Aio eſſe ſecundum ſctupulum. Vt enim AH ad AK, ſic AY ad AT, per 1 lib.6 elem. AH ſexagecupla eſt AK, per fabricam. Ergo& AY ſexagecuplum erit AT. Cumque AY ſit primum ſcrupulum, AT erit ſecundum. Integtum igitur ductum in ſecundũ ſctupulum,creat ſecundum. Similiter demonſtrabimus, integrum ductum in tertia ſcrupula, parere tertia: ductum in quarta, parere quarta, ac ita deinceps. Quinetiam producti ex multiplicatione integri in ſexagenas eandem eſſe rationem. Cũ enim rectang. Aθ, contineatur ab integro AB, & ſexagena prima AM. Aio primam eſſe ſexagenam. Eſt enim vt AM ad AC, ſic Aθ ad AD. Sexagecupla eſt AM rectæ AC: Et Aθ igitur ſexagecuplũ AD. Cumque AD ſit integrum, Aθ erit ſexagena prima. Integrum igitur in ſexagenam primam ductum, primam creat ſexagenam. Simili via oſtendemus, rectangulum Aε, ab integro AB, & ſexagena ſecunda AN contentum, ſecũdam eſſe ſexagenam. Quoniam vt AN ſexagecupla eſt ad AM, ſic Aε ſexagecuplum ad Aθ ſexagenam primam. Integrum igitur in ſpeciem quancunque multiplicatum, eandem producit ſpeciem.

¶ Aio etiam ſpeciebus generis eiuſdem inter ſe ductis, vt ſcrupulis in ſcrupula, vel ſexagenis in ſexagenas, fieri ſpecies eius vel ſcrupulorum ſpeciei, vel ſexagenatum, quam indicant additæ multiplicatarum ſpecietum notæ. Nam quia rectangulum AG continetur à duobus primis ſcrupulis AH, AE, quorum notæ 1 & 1 additæ, faciũt 2 notam ſecundi ſcrupuli. Dico AG eſſe ſecundum ſctupulum. Eſt enim vt AC ad AE, ſic AY ad AG, per propoſitionem toties vſurpatã. AC ſexagecupla eſt AE, ergo & AY ſexagecuplũ AG. Cùm igitur AY ſit primum ſcrupulũ, erit AG ſecundum. Prima igitur ſcrupula ducta in prima, gignunt ſecunda. Preterea cum KE contineatur à primo ſcrupulo AE, & ſecundo AK, quorum notæ 1, & 2 additæ, faciunt 3, notã tertij ſcrupuli, dico KE eſſe terrium ſcrupulum. Eſt enim vt HA ad KA, ſic HE ad KE. HA ſexagecupla eſt KA. Ergo HE ſecundum ſcrupulum, ſexagecuplũ KE. KE igitur eſt tertium ſcrupulum. Prima igitut ſcrupula ducta in ſecunda, gignunt tertia. Pari modo demonſtrabimus KF rectangulũ, quod à duobus AK, AF ſecundis ſcrupulis continetur, quartũ eſſe ſcrupulũ. Eſt enim ex fabrica, hypotheſi, & prima ſexti, pars ſexageſima tertij ſcrupuli KE. Ergo quartum ſcrupulũ. Haud aliter demõſtrabim⁹, ſecũda ſcrupula ducta in tertia, creare quinta: ducta in quarta, creare ſexta. Et teitia ducta in tertia, gignere ſexta. Idem & in ſexagenis quoque accidere, ſic oſtendemus. Quoniam rectangulum OM, continetur à duabus ſexagenis primis AO, AM. Quarum notæ 1 & 1 additæ, faciunt 2, notam ſecundæ ſexagenæ, aſſero OM ſecundam eſſe ſexagenam. Vt enim AO ad AB, ſic AQ ad Aθ. AO ſexageeupla eſt AB. Ergo AQ ſexagecuplum Aθ. Eſt autem Aθ, ex ante demonſtratis, ſexagena prima, quia continetur ab integro AB, & ſexagena prima AM. Ergo AQ erit ſexagena ſecunda. Prima igitur ſexagena in primam ducta, ſecundam creat.

Eodem modo quia rectangulum AZ continetur à prima ſexagena AO & ſecunda AN, quarum notæ 1 & 2 additæ, faciunt 3, notã 3 ſexagenæ: dico AZ eſſe tertiam ſexagenã. Patet, quia per fabricã & primã lib.6 elem. AZ ſexagecuplum eſt ad AQ ſecundam ſexagenam. Prima igitur ſexagena ducta in ſecundam, parit tertiam. Simili ratione oſtendemus rectangulum AR, contentũ à duabus AP, AN ſecundis ſexagenis, eſſe quartam ſexagenam. Eſt enim ſexagecuplum ad AZ tertiam ſexagenam, per fabricam & primam lib. ſexti. Secunda igitur ſexagena ducta in ſecundam, creat quartam. Similiter demonſtrabimus ductã in tertiam, creare quintam, ductam in quartam, creare ſextam, ac ita deinceps.

¶ Dico prætereà ſi diuerſi generis ſpecies, æqualiter tamen ab integro remotæ, multiplicentur adinuicem, naſci integra. Voco autem diuerſi generis, ſcrupula ab integris, & contra. Cùm nanque rectangulum HM contineatur à primo ſcrupulo AH, & prima ſexagena AM. (Quorum vtrunque vnico ſolum interuallo ſemotum eſt ab integro), Aſſero HM eſſe integrum. Eſt enim HM ſexagecuplum HC primi ſcrupuli, integrum igitur. Quare prima ſcrupula ducta in primas ſexagenas, ereant integra. Adhæc ſecundum ſcrupulum eſt AK, ſecunda ſexagena AN, vtrunque æqualiter ab integro diſiunctum, duobus vtique interuallis. Aio KN rectangulum ab iis comprehenſum, eſſe integrum. Eſt enim HM ſexagecuplum KM, per fabricam & primam ſexti, quia & HA ſexagecupla eſt ad KA. Eadémque ratione, KN ſexagecuplum eiuſdem KM. Ergo rectangula HM, KN ſunt æqualia. Integrum eſt HM, & KN igitur quoque. ſecundę igitur ſexagenæ ductæ in ſecunda ſcrupula, pariũt integra. Similiter oſtendemus in cæteris, ſi ſpecies diuerſi generis, æqualiter tamen ab integro ſemotæ, inter ſe multiplicentur, edi integra.

¶ Quod ſi inæqualiter abſint ab integro, exceſſum maioris notæ ſpeciei vnius ſupra minorem alterius, eſſe notam procreatæ ſpeciei, quę ad idem aggregatur genus, atque ea ſpecies cui nota adæret maior. Nam quia KM continetur à ſecũdo ſcrupulo AK, & prima ſexagena AM, primæ autem ſexagenæ nota 1, detracta ex nota ſecundi ſcrupuli, quæ maior eſt, ſcil. binario, relinquitur monas, nota primi ſcrupuli, dico KM eſſe primùm ſcrupulum. Eſt enim HM integrum ſexagecuplum KM, vti demonſtrauimus. Ergo KM ſcrupulum primum. Secũda igitur ſcrupula ducta in primas ſexagenas, gignũt prima ſcrupula. Similiter cum HN contineatur ab AH primo ſcrupulo, & ſecunda ſexagena AN. Primi autem ſcrupuli nota 1, detracta notæ ſexagenæ ſecundæ, binario, reſtet monas, nota primæ ſexagenæ, (fuit enim ſexagenarum nota maior) dico HN eſſe primam ſexagenam. Eſt enim HN per fabricam & primam ſexti ſexagecuplum HM integri, ergo prima ſexagena. Primum ergo ſcrupulum ductum in ſecundam ſexagenam, procreat primam ſexagenam. Simili modo in reliquis quoque oſtendemus. Quod demonſtrandum fuit.

ALITER.

Demonſtrata ſemel huius theorematis parte prima, nimirum integrum in quancunque ducatur ſpeciem, eandem conſeruare ſpeciem. Demonſtrabimus tres reliquas ex proportione ſexagenaria, hunc in modum. Exponantur quotcunque ſpecies ſexagenaria analogia ordinatim proportionales. Aio ſpeciebus eiuſdem generis inter ſe ductis, vt ſcrupulis in ſcrupula, vel ſexagenis in ſexagenas, fieri ſpecies eius vel ſcrupulorum generis,

ſexag. $\overline{3}$.	ſex. 2.	ſex. $\overline{1}$.	$\overline{g}$.	$\overline{m}$.	$\overline{2}$.	$\overline{3}$.	$\overline{4}$.
A	B	C	D	E	F	G	H

vel ſexagenarum, quam indicant additæ multiplicatarum ſpecierum notę, ac primo ex primi ſcrupuli in ſe ductu, gigni ſcrupula ſecunda. Cùm nanque ſit D ad E, vt E ad F. Erit id quod fit ex D in F, æquale ei quod ex E in ſe. Sed ex D in F fiunt ſecunda ſcrupula, ergo ex E in ſe, id eſt primis ſcrupulis in prima, fiunt ſecunda. Item quia D ad E, vt F ad G. Erit id quod fit ex D in G, æquale ei quod fit ex E in F. Ex D. autem in G, id eſt integris in tertia ſcrupula, fiunt tertia. Ergo ex E in F, id eſt primis ſcrupulis in ſecunda, fiunt tertia. Rurſus quia B eſt ad C, vt C ad D. Erit id quod fit ex D in B, æquum ei quod ex C in ſe. At ex D in B, hoc eſt integris in ſecundas ſexagenas, fiunt ſecundæ ſexagenæ, ergo ex C in ſe, hoc eſt, primis ſexagenis in primas, fiunt ſecundæ ſexagenæ: ac ita in cęteris.

¶ Si autẽ diuerſi generis ſpecies, æqualiter tamẽ ab integro remotæ multiplicentur adinuicem, naſci ex iis integra, ſic demonſtrabimus. Quia C eſt ad D, vt D ad E, quod fit ex D in ſe, æquabitur ei quod fit ex C in E. At ex D in ſe, hoc eſt, ex integro in integrum, naſcitur integrum. Ergo ex C in E, id eſt primis ſexagenis in prima ſcrupula, fiunt integra. Eadem ratione, quia B eſt ad D, vt D ad F, quod fit ex D in ſe, ęquabitur ei quod ex B in F. At ex D in ſe, fiunt integra, ergo ex B in F, id eſt ſecundis ſexagenis in ſecunda ſcrupula, emergunt integra. Eodem modo oſtendemus quod ex A in G, hoc eſt tertiis ſexagenis in tertia ſcrupula, eſſe integrum. Denique ſpeciebus quibuſcunque diuerſi generis, ęqualiter tamen ab integro diſtantibus ductis ad inuicem, creari integra.

¶ Aio inſuper, ſi diuerſi generis ſpecies, inęqualiter ab integro remotæ multiplicentur inter ſe, exceſſum maioris notæ ſpeciei vnius ſupra minorem alterius, eſſe notam procreatæ

ſpeciei

speciei, quæ ad idem aggregatur genus, atque ea cui nota adhæret maior. Quia nanque c est ad D, vt E ad F, erit id quod fit ex c in F, æquum ei quod ex D in F. At ex D in E fiunt prima scrupula, ergo ex c in F, hoc est ex primis sexagenis in secunda scrupula, fiunt prima scrupula. Itē quia c est ad D, vt F ad G, erit id quod fit ex c in G, id est, primis sexagenis in tertia scrupula, æquum facto ex D in F, nempè secundis scrupulis. Haud secus quia B est ad C, vt D ad E, erit id quod fit ex B in E, id est ex secundis sexagenis in prima scrupula, æquum ei quod fit ex c in D. At ex c in D, fiunt primæ sexagenæ. Ergo ex secundis sexagenis in prima scrupula, fiunt primæ sexagenæ. Eadem erit in reliquis demonstrandi ratio. Quod propositum fuit.

PROPOS. V.

Datis duobus numeris, vnum per alterum multiplicare.

SÆpenumero vsu venit vt in multiplicatione ex duorum inter se numerorum ductu, nascatur numerus sexagenario maior, qui sexagenaria subductione ad superiores species reuocandus est. Translatis in proximè maiorem speciem tot monadibus, quot hexecontades numerus continet. Nulla siquidem sedes ordoue specierum, maiorem numerum quàm 59 potest capere. vt ex ductu 12 integrorū in 32 secunda scrupula, fiunt 384 secunda scrupula. Propterea quod integra ducta in secunda scrupula, pariunt secunda scrupula. Hæc 384 cum excedant 59, subductione sexagenaria in eas quas continent species sunt vertenda. Continent autem sexies sexaginta & insuper 24. hoc est, quia sexies sexaginta secunda, sunt sex prima scrupula) 6. minuta, 24 secunda. Etenim pro quibusque hexecontadibus, singulę monades in speciem superiorem reiiciendæ sunt. Ita fiunt distincti duo numeri, è quibus, dexter speciei eius est, quam decernit theorema: sinister in proximè maiorem migrat. Verùm artifices vt nos molestia multiplicandi, & producti ad maiores species reducendi, liberarent, canonem hexecontadon condiderunt, qui complectitur productos omnes numeros ex multiplicatione duorum quorumcunque numerorum, quorum vterque minor est sexagenario, in eas quas constituunt species, hexecontadon translatione reductos.

Canon autem obliquo interstitio in trapeziū & triangulū dissectus est. Trapezij, quod inferiore canonis loco est, sinistram orā, numeri iuxta naturalē seriē, ab vno vsque ad 60 procedentes, claudunt. Dextram, à 30 vsque ad 60. superiorem obliquam & inferiorem transuersam, ab 1 vsque ad 30. In dextra verò ora trianguli, numeri ordinatim à 31 ad 60 sursum versus progrediuntur: nec non & in supremo trianguli latere sinistrorsum pergendo. In areis autem trapezij, dispositi sunt numeri facti ex ductu duorum numerorum, quorum alter non excedit 30. In areis trianguli, facti ex ductu duorum numerorum, vtriusque maioris 30. Qui nanque ex ductu duorum numerorum gignūtur, illi in areolis quæ sunt ad normalem intersectionem linearum deductarum ab eisdem numeris, vnius à summo ad imum, alterius à sinistro latere ad dextrum, vt in trapezio: vel à dextro ad sinistrum, vt in triangulo, sunt repositi. Ac talis quidem fermè est structura canonis. Vsus sequitur. Aueo scire ex canone, quid conficiant 12 ducta in 54. Quia propositorum numerorum vnus est minor 30, idcirco quærendi sunt in trapezio. Quæro igitur 12, in ora superiore obliqua, vel inferiore transuersa trapezij, & 54 in sinistra ac descendēte eiusdem, ac per vtrunque numerum tabulam ingressus, offendo in communi angulo 10.48. Quare assero 12 multiplicata per 54, efficere 10.48. Sed iam proponantur 38. multiplicanda in 50. Quoniam vterque propositorum numerorum maior est quàm 30. Ideo quærendi sunt in triangulo: minor, in transuersa ora: maior, in dextra. Inuenio igitur in superiori ac transuerso latere 38. in dextro 50. in communi angulo, factū ex vtriusque inter se ductu 31. 40. Vsu canonis paucis indicato, superest vt multiplicationis rationem, speciebus datis compluribus, aperiamus. Sint igitur dati duo numeri adinuicem multiplicandi, vnus quidem, 42 sexag. 1. 30 g. 15 m. 16 2. alter verò 24 sexag. 1. 45 g. 26 m. 12 2. Etsi quæ numerorum sit collocatio non refert magnopere, propterea quod rem totam specierum notę moderantur: præstabilius tamen videtur, maiorem numerum supra, minorem infra locari, & primam minoris speciem, primæ maioris substerni, reliquásque suo quanque deinceps ordini, productique à multiplicatis distinguendi grātia, rectam lineam subtus duci. His peractis, inchoans à prima multiplicatis ad dextram specie, duco 12 in omnes superiores species, genitos numeros suis ordinibus subscribo, ad hūc modū. Multiplico

				ſexag.	Ī.	ḡ.	m̄.	2̄.	
				multi	42.	30.	15.	16.	plicādus
				multi	24.	45.	26.	12.	plicans
				8.	30.	3.	3.	12.	
			18.	25.	6.	36.	56.		
		31.	52.	41.	27.	c.			
	17.	0.	6.	6.	24.				
	ſex. 3̄.	ſex. 2̄.	ſex. Ī.	ḡ.	m̄.	2̄.	3̄.	4̄.	
factus.	17.	32.	17.	21.	27.	39.	59.	12.	

igitur 12 per 16, reperio ex canone hexecōtadō effici 3.12, ſubſcribo 12 multiplicāti ſpeciei ſcil. 12, reſeruo 3. Ac 12 quidem ſubſcripta, ſunt ſpeciei quartorum ſcrupulorum. Quia per 4 huius, ſecunda ſcrupula ducta in ſecunda, creāt quarta. Tria autem reſeruata, ſunt ſpeciei tertiorum, ideóque in eam reiiciuntur. Duco deinde 12. in 15. fiunt 3.0. quibus addo 3 aſſeruata, fiunt 3. 3. ſubſcribo 3, aſſeruatis iterum 3. Tum autem multiplico 12 in 30, fiunt 6.0. Quibus additis primo loco 3, fit tota ſumma 6,3. ſcribo 3, reſeruo 6. Poſtremo multiplico 12 in 42, fiunt 8.24. quibus adiectis 6 reſeruatis, ſumma eſt 8.30. Ea ſcribo integrè, quandoquidem perduximus 12 ad vltimam multiplicandarum. Poſtea accedens ad 26, duco 26 in 16, fiunt 6,56. ſubſcribo 56, nō numero 12, ſed multiplicāti ſpeciei 26, ſiue ordini tertiorum, (Quoniam prima ſcrupula ducta in ſecunda, faciunt tertia) reſeruo 6. Tum autem duco 26 in 15, fiunt 6.30. quibus additis 6 reſeruatis, ſumma eſt 6.36. ſcribo dextram notam 36, reſeruo ſiniſtram 6. Poſtea duco 26 in 30, fiunt 13.0, quibus additis primo loco 6 reſeruatis, fiunt 13.6, ſubſcribo 6, reſeruo 13. Denique 26 ducta in 42, efficiunt 18,12, quibus additis 13, ſumma fit 18.25. quæ ſcribo integrè. Multiplico deinde 45 in 16, fiunt 12.0, ſubſcribo 0, numero 45, reſeruo 12. Poſtea 45 ducta in 15, efficiunt 11.15. Quibus addo 12 reſeruata, ſumma fit 11.27: ſubſcribo 27, reſeruo 11. Exinde 45 ducta in 30, efficiūt 22.30. quibus additis 11, ſumma fit 22.41: ſubſcribo 41, reſeruo 22. Poſtremo 45 ducta in 42, creant 31.30, quibus adiectis 22 reſeruatis, ſumma fit 31.52, quæ ſcribo integre. Ad extremum multiplico 24 in omnes ſuperiores numeros, fiunt ſimili modo 17.0.6.6.24. quorum primam ſpeciem, nimirum 24, ſubiicio ordini multiplicantis ſpeciei. Deinde omnium productorum ſummam facio, per additionē, per primā huius. Exiſtit autem ſumma 17. ſexag. 3̄. 32. ſex. 2̄. 17. ſex. Ī. 21. ḡ. 27. m̄. 39. 2̄. 59. 3̄. 12. 4̄. Iſque eſt factus ex propoſitorum numerorum multiplicatione. Datis igitur duobus numeris vnum per alterum multiplicauimus, quod faciendum fuit.

PROPOS. VI.

Si ſpecies hexecontadon in ſpeciem diuidatur, erit vt diuidens ad diuiſam, ſic integrum ad quotam.

NAm cum in omni diuiſione, datis duobus numeris, veſtigetur numerus, qui quoties diuidendus diuiſorem continet, vel ab eo continetur, toties ipſe monadem complectatur, vel ab eadem contineatur. Eam ob rem, erit vt diuidendus ad diuiſorem, ſic quotus ad monadem, & conuerſim, vt diuiſor ad diuidendum, ſic monas ad quotum. At vero in logiſtica hexecontadon, integrum monadis partes obit. Ergo vt partitrix ſpecies ad diuidendā, ſic integrum ad quotam.

PROPOS. VII.

Integro diuiſo in integrum, emergit integrum. Diuiſo in ſpeciem, emergit ſpecies, diuerſi quidem generis, at eiuſdem in ſuo genere cum partitrice notæ. Specie autem diuiſa in integrum, manet eadem in quoto ſpecies. Diuiſa in aliam generis eiuſdem, ſi æqualiter diſtent ab integro, fiunt integra: Si inæqualiter, minore nota ſpeciei vnius, detracta ex maiore alterius, reſtat nota ſpeciei emergentis. Quæ ſi ſpecies diuidenda eſt partitrice maior, in ſuo manet genere: ſecus, ad alterum tranſit. At ſpecie in ſpeciem diuerſi generis diuiſa, quotus eſt ſpeciei, quam indicant additæ partiendæ & partitricis notæ. Generis vero eiuſdem cum ſpecie diuidenda.

Repe-

Repetatur prius quarti theorematis diagramma, quo ſpecies ſexagenaria ratione continue proportionales exponũtur.

ſexag. $\bar{3}$.	ſex. $\bar{2}$.	ſex. $\bar{1}$.	g.	m.	$\bar{2}$.	$\bar{3}$.	$\bar{4}$.
A	B	C	D	E	F	G	H

Aio primùm, integro diuiſo in integrum, emergere integrũ. Quod ſtatim ex eo patet, quod termini diuiſionis proportionales, ſint iidem. Eſt enim ex anteced. 6. theoremate integrum diuidẽs ad integrum diuidendum, vt integrum ad quotum. Quotus igitur eſt integrum.

¶ Aio præterea, diuiſo D integro in ſpeciem aliquam, exiſtere in quoto ſpeciem, diuerſi quidem generis, at eiuſdem in ſuo genere cum partitrice notæ. Diuidatur nanque D in G: Dico quotam ſpeciem fore A. Eſt enim è 6 huius G ad D, vt integrũ, hoc eſt D, ad quotum. At & ſic quoque D eſt ad A, per hypotheſim ſexagenariæ analogię. Quotus igitur erit A, per 11 & 9 lib. 5. elem.

¶ Adhæc dico ſpecie diuiſa in integrum, manere eandem in quoto ſpeciem. Diuidatur enim A in D. Aio quotum fore A. Eſt enim è 6 huius, vt D ad A, ſic integrum, hoc eſt D, ad quotam ſpeciem. Ergo quota ſpecies eſt A.

¶ Dico prętereа, ſpecie diuiſa in ſpeciem generis eiuſdem, ſi æqualiter diſtent ab integro, fieri integrum. Diuidatur enim G in G Dico fieri D. Erit enim è 6. huius, vt G ad G, ſic D ad quotam ſpeciem. At & ſic quoque D ad D. Ergo quota ſpecies eſt D.

¶ Si vero ſpecies eiuſdem generis, inæqualiter diſtent ab integro, minore nota ſpeciei vnius, detracta maiori alterius, reſtare notam ſpeciei emergentis. Quæ ſi ſpecies diuidenda eſt partitrice maior, in ſuo manet genere: ſecus, ad alterum tranſit, ſic demonſtrabimus.

Diuidatur enim H in F. Quia H diuidenda ſpecies, eſt quartorum ſcrupulorum. F diuidens, ſecundorum, ideóque minor diuidenda, & detractis 2 nota ſecundorum, ex 4, nota quartorum, reſtant 2, nota ſecundorum. Aio quotum fore ſecundorum ſcrupulorum. Eſt enim ex antecedẽti F ad H, vt D ad quotum. At & ſic quoque per hypotheſim ſexagenariæ analogiæ, D eſt ad F. Ergo D eſt ad quotum, vt ad F. Quare per 9 lib. 5 elem. quotus eſt F.

¶ Quod ſi ſpecies diuidenda ſit partitrice minor, Aſſero quotam ſpeciem migrare ad alterum genus. Voco autem alterum & diuerſum ſexagenarum genus à genere ſcrupulorum. Diuidatur enim F in H. Dico quotam ſpeciem fore ſecundarum ſexagenarum. Quia nota diuidendæ ſpeciei F, minor eſt quàm H diuidentis. Erit enim è 6 huius, H ad F, vt D ad quotam ſpeciem. At & ſic quoque D ad B. Ergo ſpecies quota eſt B, id eſt, ſecunda ſexagena.

¶ Ad extremum, confirmo ſpecie in ſpeciem diuerſi generis diuiſa, quotam eſſe eius ſpeciei, quam indicant additæ partiendæ & partitricis notæ, generis verò eiuſdem cũ diuidenda ſpecie. Diuidatur enim B in E, Aio fieri A (quia notæ propoſitarum ſpecierũ 2 & 1 additę efficiunt 3, notam tertiarum ſexagenarum, cum diuidendus ſit generis ſexagenarum). Erit enim è 6 huius vt E ad B, ſic D ad quotum. At & ſic quoque D ad A. Quotus igitur eſt A, quod demonſtrandum fuit.

ALITER.

Idem aliter demonſtrabimus hoc præpoſito lemmate Lemma. Si ſpecies ex duarum inter ſe multiplicatione genita, diuidatur in alteram ipſarum, reſtituet in quoto reliquam. Etenim G ex multiplicatione duarum E & F genita, diuidatur in F, aio quotum fore E. Nam quia E multiplicans F fecit G, erit ex 3 huius vt D ad E, ſic F ad G. Et quia G diuiditur in F, erit è 6 huius F ad G, vt D ad quotam ſpeciem. At & ſic quoque D eſt ad E. Ergo quota ſpecies eſt E. Si ergo ſpecies ex duarum inter ſe multiplicatione genita, diuidatur in alteram ipſarum, reſtituet in quoto reliquam. His ita demonſtratis, propoſitum ſic firmabimus.

Aio igitur integro diuiſo in integrum, quotum eſſe integrum. Nam quia per 4 huius, gradus fiunt ex multiplicatione graduum in gradus, idcirco per lemma, gradibus diuiſis in gradus, fit quotus graduum.

¶ Aio gradibus diuiſis in ſpeciem, &c. Diuidatur nanque D in G. Dico quotum fore A. Nam quia per 4 huius, D fit ex ductu G in A. Ideo per lemma, diuiſo D in G, quota ſpecies erit A.

¶ Dico prætereа ſpecie diuiſa in integrum, manere eandem in quoto ſpeciem. Diuidatur nanque G in D. Dico quotum fore G. Nam quia per 4 huius D multiplicans G, facit G, idcircó

per lemma diuiſo c in d, quota ſpecies erit c. Quid multa? ad hunc modum reliquas theorematis partes demonſtrabis.

Notandum tamen eſt, quoties partitricis ſpeciei numerus, maior eſt vltimæ diuidendæ ſpeciei numero, quorum non eius eſſe ſpeciei, quam decernit propoſitio 7, ſed proximè minoris. Vt initio ſequentis exempli, vbi 12 ſec. ſexag. diuidendæ ſunt in 20 ḡ. Quia 20 ſunt maiora quàm 12, ideo promotis 20 in antecedentem dextram verſus ordinem, ſub ſedem primarum ſexagenarum, prodit ſpecies ea quę fit ex diuiſione primarum ſexagenarum in gradus, perinde ac ſi primæ ſexagenę diuiſæ forent in gradus. Cuius rei cauſa eſt ex promotione partitricis ſpeciei.

PROPOSITIO VIII.

Datis duobus numeris, vnum in alterum partiri,

Diuiſio quemadmodum & multiplicatio per canonem hexecontadō peragitur, hoc modo. Diuiſorem inueniemus in aliquo laterum tabulæ, deinde rectà per ipſius verſum aut columnam pergemus, tantiſper dum vel ipſe diuidendus inueniatur, vel qui proximè minor eſt. Quo inuento ad alterum verſum, columnamue, quæ cum priori ad rectos in ipſa diuidendi areola incidit, deflectentes, numerum qui ad caput eſt in reliquo latere, pro quota ſpecie aſſumemus. Exemplum.

Diuiſurus 20.50. in 25. Aſſumo 25 in ſuperiore obliquo, vel inferiore tranſuerſo trapezij limite, eorumque columnam ſurſum deorſúmue procedendo, oculis luſtro tandiu, dum inueniam diuidendum 20.50 à quo dextrorſum ſiniſtrorſúmue deflectens, & eum verſum, qui columnæ cui præfixa ſunt 25, ad aream 20.50 ad rectos incidit, percurrens, offendo ad dextrum ſiniſtrumue limitem 50, qui quotus erit. Sint iam 27.40 diuidenda in 36. Inuenio igitur 36 in triangulo, in ſuperiore tranſuerſo limite, pétque eorum columnam deſcendens, veſtigo 27.40 quæ cum non reperiantur, aſſumo proximè minorem 27.36. Quorum verſui, ad dextrum limitem trianguli, affixa ſunt 46: Is quotus erit. Atque hęc quidem ſimpliciſſima diuiſio eſt. Veniamus ad multiplicem. Proponantur ergo 12 ſex. $\overline{2}$. 21 ſex. $\overline{1}$. 45 ḡ. 45 m̄. 30 $\overline{2}$. diuidenda in 22 ḡ. 12 m̄. Superſcribo diuidendum, eique ſubiicio duas parallelos, modico à ſe interuallo diſtantes, quæ quotum capiant. Deinde poſtremam diuiſoris notam, ſubiicio poſtremæ diuidendi, ad ſiniſtram, penultimamque penultimæ, ni minores ſint ſupraſcripti numeri. Tum enim, vt in vulgari logiſtica, promouendi eſſent in antecedētem dextram verſus ordinem. Collocatio igitur numerorum erit eiuſmodi, qualis hic quoque eſt. Deinceps partitionem à ſiniſtra inchoans, partior poſtremam diuidendi ſpeciem, ſpeciéſue ſi duæ ſint, in ſubiectam diuiſoris ſpeciem, eo quem indicauimus modo, & quotæ ſpeciei adſcribo notam quam 7 huius propoſitio decernit. Proſpicio tamen vt quoties poſtrema diuiſoris continetur in ſupraſcriptis ſibi, toties & reliquæ eiuſdem diuiſoris, contineantur in reliquis diuidendi. Deinde per eam quoti ſpeciem, diuiſorem multiplico, & factum ex ea multiplicatione, ſubduco ex ſupraſcriptis diuidendi ſpeciebus, adnotato reſiduo. Poſtea promoto diuiſore in antecedentem dextram verſus ordinem, eandem inquiſitionis rationem itero, Idque donec diuiſor perductus ſit ſub primam diuidendi ſedem. Itaque inuentę ſigillatim ſpecies, conſtituunt quæſitum diuiſionis quotum. Vt in propoſito exemplo, Quoniam 22 non continentur in 12, ſubiicio ea 21. Deinde inquiro quoties 22 contineantur in 12.21. Reperio per can. hexecontadon contineri 33, adſcribo quoto 33, quę quoniam 21 ſexagenæ primæ diuiduntur in 22 integra, erunt ſexagenæ primæ per 7 huius, & reliqui deinceps quoti, erunt ſequentium ordine ſpecierum. Multiplico igitur 33 in 22, fiunt 12.6, quæ aufero ex 12. 21 reſtant 0.15. ſuperſcribo igitur 15, deletis 12.21.22. Deinde multiplico 33 in 12, fiunt 6.36. quibus ſubductis ex 15.45. reſtant 9.9, quę ſuperſcribo, deletis 15, 45. 12. Poſtmodum

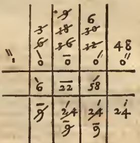
		16	18		
	9	21	27		
	15	9	57	10	
12	21	45	45	30	0
	33	24	45	50	
	22	12	12	12	12
		22	22	22	

promoueo diuiſorem 22.12. in antecedentem ordinem. Iterumque inquiro quoties 22 contineantur

tineantur in 9.9 ſuperſcriptis. Reperio per can. hexecontadon cõtineri 24, adſcribo ad quotum 24. Eaque deinde multiplico in 22, fiunt 8.48, quibus ſubductis ex 9.9, reſtãt 0.21, ea ſuperſcribo, deletis 9.9.22. Tum autem multiplico 24 in 12, fiunt 4.48, quibus ex 21.45 ſublatis, reſtant 16.57, ea ſuperſcribo, deletis 21.45.12. Iterum promoto diuiſore, inquiro quoties 22 contineantur in 16.57, cõperio cõtineri 45, & 45 ad quotũ adiectis, & per 22 multiplicatis, exiſtit factus 16.30, quo ex 16.57 ſubducto, reſtant 0.27. Ea ſuperſcribo, deletis 16.57.22. Tum autem multiplico 45 in 12. fiunt 9.0, iis ex 27.30 ſubductis, reliqua fiunt 18. 30, quæ ſuperſcribo, deletis 27 & 12. Ad extremum promoto diuiſore, veſtigo quoties 22 contineantur in 18.30, comperio contineri 50. quæ ad quotum aggrego, exindéque per 22 multiplico, fiunt 18.20, iis autẽ ex 18.30 ſublatis, relinquũtur 0.10, ea ſuperſcribo, deletis 18.30. Deinde duco 50 in 12, fiunt 10.0. quibus ex 10.0. ablatis, reſtat nihil, peractáque eſt diuiſio: In qua quotus eſt 33 ſex. ī. 24 g̃. 45 m̃. 50 ꝫ.

Cũm vero ex diuidendo quidem ſupererit aliquid, diuiſor tamen promotus in antecedẽtem ordinem, non continebitur in ſuperſcripto numero, adſcribenda erit quoto nota nihili 0. quæ ſpeciei vnius ſedem occupet, iterúmque promouendus diuiſor.

Inſuper quando diuiſor quidem mulris ſpeciebus, diuidendus autem vna, vel paucioribus conſtat: præponendi erunt ipſi ad dextrã circuli, qui ſedes ſpecierum obtineant. Vt videre eſt ex ſequenti exemplo, in quo propoſita eſt 1 ſexag. ꝫ. diuidenda in 9 g̃. 24 m̃. eſtque quotus 6 ſex. ī. 22 g̃. 58 m̃. ſuperſũntque 6 m̃. 48 ꝫ. Licebit enim circulos plures præponere, ad diuiſionem accuratius perſequendam. At quia aliquando aſſumitur quotus vero maior, vt eum abſque errore inueniamus, hanc rationem ſequemur, quam vt res tota fiat planior, exemplo declarabimus. Dentur enim 11 ſex. ī. 1 g̃. 18 m̃. diuidenda in 12 g̃. 58 m̃. Reperio igitur ex canone hexecontadon 12 g̃. capi in 11 ſexag. ī. 1 g̃. quinquagies quinquies, & reſtare 1 g̃. Sed 55 ſunt quoto accurato maiora, nec enim ex reſiduo numero, 1 g̃. 18 m̃. ſubduci poteſt factus ex 55 in 58, nempè 53, 10. Itaque minuemus 55 continuè monade, totiéſque interea ad reſiduas diuidendi ſpecies, primo loco ſcil. ad 1 g̃. addem* 12, donec illic quidem monadem detrahendo, hic vero duodenarium adiiciendo, fiat ſumma huius æqualis maiórue, facto ex ductu illius reſidui in 58. Quod quando fiat deprehendemus, percurrentes verſum 58 in triangulari area, facto initio ab ea columna, cui prefixa ſunt 55, & à maioribus numeris ad minores delabendo. Minuemus ergo monade 55, reſtabunt 54. factus ex iis in 58, eſt 52 12. Addemus & 12 ad 1, fient 13, quæ cum 18 conſtiruent 13, 18, minora quàm 52, 12. Minuemus ergo iterũ monade 54, ſupererunt 53. Factus ab iis in 58, eſt 51.14. Additis autem 12 ad 13, 18, rotus conflabitur 25, 18. minor adhuc quàm 51, 18. Veniemus ad minorem monade quàm 53, ſcil. ad 52, quorum ex ductu in 58, canon hexecontadon ſuggerit factum 50, 16. Additis autem 12 ad 25, 18, conflabuntur 37, 18 adhuc minora facto. Denique ex 51 in 58, fiunt 49, 18. Et additis 12 ad 37.18, fient pariter 49.18, facto æqualia. Quotus igitur inuẽtus eſt 51. Hoc exemplum facile vir ſolers ad ſimilia transferet. Interdum tamen vſu veniet, ſed raro, vt quotus ſic inuentus, ſit monade verò maior. Quod cum accidet, detrahenda erit ipſi monas, & habebitur quotus.



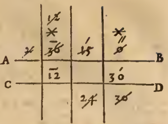
Sex. ī.	g̃.	m̃.
11.	1.	18.
	g̃.	
	51.	
	g̃.	m̃.
	12.	58.

PROPOSITIO IX.

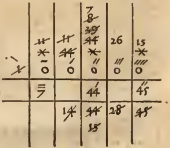
Dati numeri latus quadratum inuenire.

ESto datus numerus 2 ſexag. ī. 36 g̃. 15 m̃. 0 ꝫ. Cuius latus quadratum ſit inueniendum. Subſcribo ei duas parallelos, latus tetragonicum capturas, AB, CD. Sumptóque ab integris initio, alternis locis annoto ſtellulas, tam ad ſcrupula quàm ad ſexagenas, vt hic ad 36 g̃ & 0 ꝫ. Hæ quot erunt numero, totidem conſtabit ſpeciebus latus. Quæro poſtea latus

speciei specierúmue quæ ad posteriorem stellulam pertinent, vt hoc loco, latus 2 sexag. 1̄. 36 g̅. Idque inuenio vestigans 2, 36 in areolis obliqui & transuersi lateris trapezij, aut hypotenusæ trianguli canonis hexecontadon (illæ nanque sunt quadratorum numerorum areę, numerique iis superscripti, ipsorum latera). Verùm quia non in eis reperio 2, 36, sumo quadratum proximè minus 2, 24 quorum latus 12 superscripta, includo 12 parallelis lineis, eorumque quadratum 2.24, aufero ex 2, 36, supersunt 12, quæ superscribo, deletis 2 & 36.

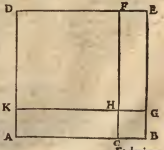


Hoc opus non iterandum est deinceps, sed quod sequitur, toties iterandum erit, quot super erunt stellulæ. Etenim 12 iam inuenta duplico, fiunt 24. Quę transfero in antecedentem ordinem, sub speciem 15 m̄. iisque vsus tanquam diuisore, partior 12, 15 superscripta in 24, quotus emergit 30. Prouideo autem, vt quoties diuisor 24, continetur in superiore numero 12, 15, toties & quotus 30, siue reliquum lateris segmenti, cõtineatur in eo quod è superiori numero restabit, cũ facta ab eo fuerit genti ex 24 in 30 numeri subtractio, secus enim minuendus esset quotus monade, donec fieri id posset. Hac igitur cautione adhibita, reperio 24 & 30 in superscripto numero capi 30, adiicio 30 ad 12 intra parallelos, adiicio & ad 24 in diuisore, sub sede secundorum scrupulorum. Deinde multiplico 30 per 24, 30, factum 12, 15, 0. aufero è superiori numero, restat nihil, inuentumque est latus tetragonicum dati numeri 12 g̅. 30 m̄. Sunt autem 12, ordinis integrorum: 30, primorum scrupulorum, per 4 huius. Generatimque notæ specierum lateris, sunt dimidiæ notarum specierum quadrati, ex quibus sunt erutæ. Vt quartorum scrupulorum latus, est speciei secundorum scrupulorum, & latus secundorum, speciei primorum. Quia secunda scrupula in se ducta, creant quarta. Et prima in se ducta, creant secunda. Hinc fit vt si species cuius quadratum vestigatur latus, sit solitaria & notam habuerit imparem, præfigendus sit ei circulus, qui sedem integrorum occupet, vt ex ea erui latus possit. Vt si quis quærat latus quadratum 1 sexag. primæ, præponat ei circulum, ad hunc modum. Et quærat primo latus 1 sexag. 1̄. 0 g̅. Idque inueniet 7 g̅. superérũt 11 g̅. Itaque præponat alios ad dextram circulos, & inueniet latus esse 7 g̅. 44 m̄. 45 2̄. si satis habuerit vsque ad secunda progredi, supereruntque ex proposito numero, 7 3̄. 26 3̄. 15 4̄. Vt videre est ex sequenti diagrapha.



DEMONSTRATIO.

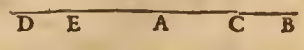
Esto recta AB diuisa in puncto C, & describatur quadratum ab ea ADEB, factâque GB æquali BE, per puncta G & C, ducantur lineæ paralleli rectis AB, BE, nimirum GK, CF. Secantes se in H. perspicuum est igitur per 4 lib. 2 elem. Quadratum ab AB. scilicet DB, æquari quadratis rectarum AC, CB, nempè quadratis DH, HB, & duplici rectangulo ex AC in CB. Hoc est rectangulis AH, HE. Si ergo AB statuatur 12 g̅. 30 m̄. AC erit 12 g̅. CB 30 m̄. Et quadratum ex AB, nimirum 2 sex. 1̄. 36 g̅. 15 m̄. 0 2̄. æquabitur quadrato ex 12 g̅. nimirum 2 sex. 1̄. 24 g̅. Et duplici rectangulo ex 12 g̅. in 30 m̄. vel quod idem est per 1 lib. 2 elem. rectangulo ex duplo 12 g̅. id est, ex 24 g̅. in 30 m̄. hoc est 12 g̅. 0 m̄.



Et denique

Et denique quadrato 30 m̄. videlicet 15 m̄. o 2̄. Quamobrem in quadrati lateris inquisitione, vestigo latus quadrati maximi, dato numero comprehensi, id autem latus est ad vltimam stellulam, & offendo 12 ḡ. Vtique segmentum AC. Quorum quadrato 2 sexag. 1̄. 24 ḡ. quantum est DH quadratum, sublato ex 2 sexag. 1̄. 36 ḡ. 15 m̄. o 2̄, Hoc est ex BD. Restat rectangulum à 24 ḡ. 30 m̄. comprehensum, hoc est 12 ḡ. o m̄. siue rectangulum ex duplo AC in CB. Vna cum quadrato 30 m̄. Hoc est 15 m̄. o 2̄. Quare per lemma 7 propos. huius, si partiamur reliquum numerum in 24. prodibunt 30. id est CB, segmentum reliquum, & alterum ex lateribus rectangulum iam dictum comprehendentibus.

ALITER.



Esto recta AB 12 ḡ. 30 m̄. diuisa in puncto C. Ita vt AC quidem sit 12 ḡ. CB verò 30 m̄. Et producta BA in continuum, statuatur ei æqualis AD. à qua resecetur rectæ AC æqualis AE. Cum igitur recta DB secta sit in duo æqualia in puncto A, duóque inæqualia in C. Quadratum quod ab ipsius dimidia, nempe ex AB, hoc est 2 sexag. 1̄. 36 ḡ. 15 m̄. o 2̄. æquale erit per 5 lib. 2 elem. quadrato ex AC 2 sex. 1̄. 24 ḡ. Et rectangulo quod continetur à DC, CB: id est per 1 lib. 2 elem. rectangulis quæ fiunt ex DE & ex EC, in CB. Hoc est (quoniam DE æqualis est CB. Et EC dupla ad AC) rectangulo quod fit ex dupla rectæ AC, siue ex 24 ḡ. in segmentum CB 30 m̄. & quadrato CB. 30 m̄. Huius demonstrationis vestigia qui sectabitur, eandem tenebit viam ad inueniendum dati quadrati latus.

ALITER.

Esto AB 12 ḡ. 30 m̄. AC quidem 12 ḡ. CB vero 30 m̄. Et producta BA vsque ad punctum D. fiat rectæ AC æqualis AD. Erit igitur quadratum ex AB, scil. 2 sexa. 1̄. 30 ḡ. 15 m̄. ęquale per 6 lib. 2 elem. Quadrato rectę AC, hoc est 2 sex. 1̄. 24 ḡ. Et rectangulo ex DB in BC, hoc est per 3 lib. 2 elem. rectangulo ex DC (quæ dupla est rectæ AC) in CB, siue rectangulo ex 24 ḡ. in 30 m̄. Hoc est 12 ḡ. o m̄. Et quadrato rectę CB, hoc est quadrato ex 30 m̄. Vnde eadem atque ex superioribus demonstrationibus eruendi lateris quadrati ratio petetur.

FINIS LIBRI PRIMI.

METRICES ASTRONOMICAE LIBER SECVNDVS,

DE SINIBVS, ADSCRIPTIS, ET HYPOTENVSIS.

Q**VONIAM** Astronomicum calculum, qui per plana sphæricáque triangula peragitur, rectarum linearum ad peripheriam relatio moderatur. Ideo quærendum imprimis est, quantæ sint respectu diametri rectæ lineæ; quæ singulos circuli subtendunt arcus. Ponimus autem circuli peripheriam 360 partium, (vt initio primi libri diximus.) Diametrum vero 120. Rectásque circulo inscriptas, vestigamus quot sint id genus partium, quarum diameter 120.

DEFINITIONES.

DEFINITIO I.

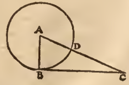
Sinus arcus, est perpendicularis ab vno arcus illius termino, ad circuli diametrum, ductam ad alterum eiusdem arcus terminum.

Vt in semicirculo ABC, circa diametrum ADC descripto, arcus AB sinus, est BF. Quæ ab vno ipsius arcus termino, nempe B, demittitur perpendiculariter ad diametrum CDA, connectentem reliquum eiusdem terminum C. Sinum rectum vocant alij.

DEFINITIO II.

Cum ab extremitate diametri, excitata fuerit recta perpendicularis, eamque alia à centro ducta secuerit, perpendicularis quidem vocabitur adscripta arcus contermini, duabus semidiametris inclusi. Radius vero extra circulum, vsque ad adscriptam productus, eiusdem arcus hypotenusa est.

Esto enim circulus BD, Cuius radius AB, Et ab ipsius termino B, perpendicularis esto ad AB, recta BC. Quam secet alia à centro ducta ADC, in puncto C. Arcus igitur BD duobus radiis AB, AD inclusi, adscripta quidem est BC. Hypotenusa vero AC.



DEFINITIO III.

Complementum arcus, est ipsius à quadrante differentia, siue maior quadrante sit arcus, siue minor.

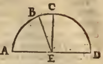
Vt in diagrapha primæ defin. Esto quadrans arcus AE. Quadrante autem minor arcus AB. Maior BC. Arcus igitur AB complementum erit BE. Arcus quoque BC, idem BE, erit cóplementum. Vt si AB sit 70 partium, ipsius complementum BE, erit 20. Est enim quadrans AE 90 partium. Quod si BC sit 100 partium, complementum eius BE erit 10 partium.

DE-

DEFINITIO IIII.

Complementum anguli, est ipsius à recto differentia, siue angulus recto maior sit, siue minor.

Esto enim semicirculus ABCD, circa diametrum AED. Et rectus quidem ABE angulus: Acutus vero AEB, eritque obtusus BED. Anguli igitur AEB complementum, est angulus BEC. Anguli BED complementum, est idem BEC angulus. Vt si angulus AEB sit 50 partium, qualium 4 recti 360, BED erit talium 130. Et angulus BEC vtriusque complementum, erit 40.



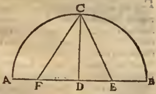
DEFINITIO V.

Anguli recti linei in centro constituti amplitudo, est arcus cui insistit

Vt in diagrammate quartæ definitionis, Anguli AEB in centro constituti amplitudo, est arcus AB. Qui quot fuerit partium, qualium tota peripheria ponitur 360: totidem est & angulus AEB id genus partium, qualium 4 recti sunt 360, rectus vero 90. Quare & angulus, & peripheria cui insistit, eundem habent partium, licet diuersi generis, numerum. Hinc fit vt sinum anguli, pro sinu arcus cui insistit, interdum vsurpemus.

PROPOS. I.

Data circuli diametro, latera decagoni, hexagoni, pentagoni, tetragoni, & trigoni æquilateri, eidem circulo inscriptorum inuenire.

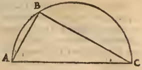


ESto semicirculus ACB, super diametro ADB, cuius centrum D, à quo excitetur DC perpendicularis ad AB. Diuisáque bifariam DB in E, connectatur EC. Eique statuatur æqualis EF, ducta CF. aio DF esse latus decagoni, FC, pentagoni. Cum igitur rectæ BD bifariam diuisæ in E, adiecta sit in continuum DF, erit per 6 lib. 2 elem. rectangulum ex BF in FD, cum quadrato ab ED, æquale quadrato ab EF, id est quadrato ab EC. & per 47 lib. 1 elem. quadratis à CD & DE. Subductóque communi quadrato ab ED, restabit rectangulum quod à BFD continetur, æquale quadrato rectæ CD, vel DB. Quare per 3 def. lib 6. Recta BF secta est extrema & media ratione in D. Et quoniam lateribus hexagoni & decagoni eidem circulo inscriptorum continuatis, efficitur linea extrema & media ratione secta per 9 lib. 13, est autem DB latus hexagoni, sequitur DF esse latus decagoni. Prætetea cum latus pentagoni, possit latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscriptorum per 10 lib. 13. sitque latus hexagoni quidem ED. decagoni vero FD. Erit CF latus pentagoni. Cum igitur AB diameter circuli partium sit posita 120. Erit CD partium 60 ED 30. Quadratũ autem à CD est 1 sex. 2̄. Quadratũ ab ED 15 sexag. ī. 0, ḡ. Ea simul addita, efficiunt quadratum EC, vel EF. Cuius latus 1 sexag. ī. 7 ḡ. 4 m̄. 55 2̄. Vnde subducta ED 30 ḡ. restat DF 37 ḡ. 4 m̄. 55 2̄. ac tot partium est latus decagoni, qualium diameter 120. Quadratum autem à DF est 22 sexag. ī. 55 ḡ. 4 m̄. 14 2̄. 10 3̄. 25 4̄. Quadratum à DC, 1 sex. 2̄. Quæ addita, constituunt 1 sex. 2̄. 22 sexa. ī. 55 ḡ. 4 m̄. 14. 2̄. 10. 3̄. 25 4̄. nẽpe quadratum CF. Cuius latus 1 sexag. ī. 10. ḡ. 32, m̄. 3 2̄. quare latus pentagoni, subtendentis peripheriam talium 72 partium, qualium peripheria est 360, est talium 1 sex. ī. 10 ḡ. 32 m̄. 3 2̄. qualium diameter 120. Porro quoniam latus quadrati inscripti circulo, potest duplum radij, estque radi⁹ 1 sex. ī. Quadratũ 1 sex. 2̄. duplũ 2 sex. 2̄. quorũ latus 1 sex. ī. 24 ḡ. 51 m̄. 10 2̄. Ideo latus quadrati subtẽdentis peripheriam talium 90 ḡ, qualium perimeter est 360; erit talium 1 sex. ī. 24 ḡ. 51 m̄. 10 2̄. qualium diameter 120. Denique quia ex 12 lib. 13 elem. latus trigoni æquilateri, potest triplum radij. Quadrati autem radij triplum, est 3 sex. 2̄. cuius latus 1 sexa. ī. 43 ḡ. 55 m̄. 23 2̄. Erit latus trigoni talium 1 sex. ī. 43 ḡ. 55 m̄. 23 2̄. qualium diameter 120. Quę fuerunt inuenienda.

PROPOSITIO II.

Data arcus alicuius chorda, datur & chorda arcus residui è semicirculo.

Sit semicirculus ABC, circa diametrum AC, & arcus AB, detur chorda AB, aio & residui quoque arcus BC, chordam BC dari. Nam quia angulus ABC rectus est per 31 lib. 3, vt qui in semicirculo sit, quadratum ex AC, æquale erit quadratis rectarum AB, BC per 47 lib. 1 elem. subducto igitur quadrato ex AB dato, à quadrato rectæ AC dato, restabit quadratum à BC datum, ipsáque BC.

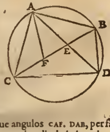


Sit enim arcus AB 36. subtensa eius AB, quæ latus est decagoni ostensa est 37 g̃. 4 m̃. 55 2̃. Cuius quadratum 22 sexag. 1̄. 55 g̃. 4 m̃. 14 2̃. 10 3̃. 25 4̃, quod detractum è quadrato diametri AC, nẽpè 4 sex. 2̄. relinquit 3 sex. 2̄. 37 sex. 1̄. 4 g̃. 55 m̃. 45 2̃. 49 3̃. 35 4̃. Quorũ lat⁹ est 1 sexa. 1̄. 54 g̃. 7 m̃. 36 2̃. quamobrem BC subtensa arcus 144, id genus partium, qualium tota peripheria est 360: talium est 1 sexag. 1̄. 54 g̃. 7 m̃. 36 2̃. qualium diameter 120. similitérque in aliis. Quemadmodum autem ex paucis hisce inscriptis datis, dẽtur reliquæ, sequentia theoremata aperient.

PROPOS. III.

Si in circulo quadrilaterum inscriptum fuerit, contentum à diagoniis ipsius rectangulum, æquale erit duobus rectangulis, quæ ab oppositis quadrilateri fiunt lateribus.

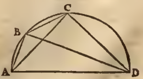
Esto enim quadrilaterum inscriptum circulo ABCD. Diagonij AD, BC. Aio rectangulum comprehensum ab AD, BC, æquale esse geminis rectangulis, quorum alterum fit ex AB in CD: alterum, ex AC in BD. Angulo siquidem BAE, æqualis statuatur CAF, communi igitur addito FAE, fit totus CAE, æqualis toti FAB. Triangula igitur ADC, FAB. habent angulos CAD, FAB. æquales. Itemque angulos ABC, ADC. Vt super eodem segmento AC insistentes, per 21 lib. 3 elem. Ergo sunt equiangula. Vnde sequitur per 4 lib. 6 AB esse ad BF, vt AD ad DC. Quare quod fit ex AB in CD, æquale est ei quod fit ex AD in BF. Eadem ratione, cũ triangula ADB, ACF habeant angulos ADB, ACF æquales, vt eidem segmento AB insistentes, itemque angulos CAF. DAB, per fabricam, erunt æquiangula. Quare circum æquales angulos proportionalia habebunt latera. Vt igitur AC ad CF, sic AD ad DB. Quare quod ex AC in BD, æquale est ei quod ex AD in CF. Demonstrauimus autẽ iam ante, quod ex AB in CD, æquari ei quod ex AD in FB. Quare quod ex AD in CB, æquale est per 1 lib. 2 elem. duplici rectãgulo, scil. ei quod à duabus AB, CD continetur, & ei quod à duabus AC, BD, quod d fuit.



PROPOS. IIII.

Datis duorum inæqualium arcuum chordis, datur & chorda exuperantiæ ipsorum.

In semicirculo ABCD dentur arcuum inæqualium chordæ AB, AC. Aio datum iri BC, chordam arcus differentię duorum AB, ABC. Ducantur enim lineæ BC, BD, CD. Quoniam igitur data est AB, dabitur BD chorda arcus residui è semicirculo, per 2 huius. Eadem ratione, ex AC data, datur CD. Cumque inscriptum sit circulo quadrilaterum AB CD, ductæque diagonij AC, BD. Erit per tertiam huius, rectangulum ex AC in BD, æquale

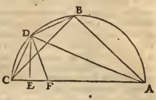


duobus

duobus rectangulis, ei quod à duabus AB, CD continetur, & ei quod fit ex AD in BC. Datum autem est rectangulum ex AC in BD, itémque rectangulum ex AC in CD. Quia ipsæ rectæ datæ sunt. Sublato igitur rectangulo ex AB in CD, è rectangulo quod à duabus AC, BD continetur, remanebit rectãgulum ex AD in BC cognitum. Cumque AD sit data, dabitur BC, quod demonstrasse oportuit. Hoc theoremate cum aliarum complurium quantitates inuenientur, tum vero datis chordis arcuum 60 & 72, dabitur chorda arcus 12.

PROPOS. V.

Data arcus alicuius chorda, datur & chorda semissis eiusdem arcus.

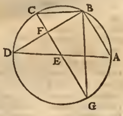


ESto semicirculus ABC, in eoque data BC, chorda arcus BDC. quo bifariam diuiso in D. connectatur DC. Aio chordam DC. dati arcus BC dimidium subtendentem, datam esse. Connectatur enim AB, eique resecetur æqualis AF, ductis BD, DA, OF. Et ex D demissa in AC perpendiculari DE. Cum igitur duo triangula BAD, FAD. habeant duo latera BA, AD. Et angulum ab iis comprehensum, æqualia duobus lateribus FA, AO. & angulo ab iis comprehenso, quia arcus BO, OC sunt per hypothesim æquales, Bases quoque BD, DF æquales habebunt. Cumque sit BD æqualis OC, erit & OF æqualis OC.

Cùm ergo in triangulo FOC isoscele, demissa sit à vertice O in basim perpendicularis DE, segmẽta eius EF, EC erunt æqualia, per 26 vel 47 lib. 1 elem. Quamobrẽ cũ BC data sit idcóque & AB, chorda arcus residui de semicirculo per 2 hui⁹, & æqualis AF. ea sublata ex tota AC data, reliqua FC, eiusque semissis EC dabitur. Porro cum triangulum ADC sit rectangulum, & ab angulo recto D demissa sit in basim perpendicularis DE. Erit AC ad CD, vt CD ad CE per coroll. 8 lib. 6 elem. Quod igitur à duabus AC, CE continetur rectangulum, æquale erit quadrato rectæ CD. datum autem est rectangulum ex ACE, dabitur ergo & quadratum CD, ipsáque CD. quod demonstrandum fuit.

ALITER.

Esto circulus ABCDG, circa diametrum AD, & cẽtrum E. recta autem BD, subtendens arcum BCD, data esto. Perque centrum E agatur diameter GEFC, perpendicularis ad BD. secabit igitur, BD quidem bifariam in F. per 3 lib. 3 elem. arcum vero BCD, in C. Ducatur BC, aio rectam BC datam esse. Connectantur enim rectæ AB, BG. Quoniam igitur triangula ABD, EFO. rectangula, communẽ habent ad D angulum, sunt æquiangula. Vt ergo DB ad BA, sic DF ad FE. Et permutatim, vt DB ad DF, vel BF, sic AB ad FE. Est autem DB dupla BF. ergo & AB dupla est FE. Cũque AB data sit, per 2 hui⁹, proindeque eius semissis FE, & tota EC, residua FC dabitur. Et quia triãgulũ GBC est rectangulũ, & ab angulo B demissa est ad basim perpẽdicularis BF, rectangulum ex GC in CF, æquabitur quadrato rectæ BC. datum est rectangulum ex GC in CF. Dabitur ergo & quadratum quoque à recta BC: ipsaque BC. Aut etiam ex datis BF, FC, dabitur BC per 47 lib. 1. elem. Q. O. fuit.



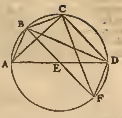
¶ Hoc theorema cum alias plurimas suppeditabit chordas, tum vero ex chorda 12, chordam 6 g̃. itẽmque chordam 3 g̃. & chordam 1. g̃. 30 m̃. itémque chordam 0 g̃. 45 m̃. Inuenitur autem ex supputatione chorda 1 g̃. 30 m̃. talium 1 g̃. 34 m̃. 15 s̃. qualium dimetiens est 120. Chorda vero 0 g̃. 45 m̃. talium 0 g̃. 47 m̃. 8 s̃.

PROPOSITIO. VI.

Si duorum arcuum datorum chordæ fuerint datæ, dabitur chorda arcus ex iis conflati.

ESto circulus ABCDF circa centrum E, & diametrum AED. Sunto etiam duo deinceps arcus dati AB, BC, nec non & eorum chordæ AB, BC. Totum autem ABC arcum, subtendat re-

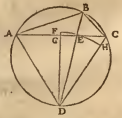
cta AC. Aio AC datum iri. Ex B nanque per centrum circuli E, ducatur BEF. cõnectanturque insuper lineæ CD, DF, CF, BD. Quoniam ergo ex hypothesi data est AB, dabitur & BD, chorda arcus residui de semicirculo ABCD. Eademque ratione in semicirculo BCDF, ex BD data, dabitur DF. Et ex BC, recta CF. Cum igitur inscriptum sit circulo quadrilaterum BCDF. rectangulum à BD, CF comprehensum, æquabitur per 3 huius geminis rectangulis, ei quod à BC & DF continetur, eique quod à BF, CD. Datum autem est rectangulum ex BD in CF. Itemque rectangulum ex BC in DF, Restabit igitur rectangulum ex BF in CD datum. Data est BF, ergo & CD. quæque residuum semicirculi subtendit arcum AC per 2 huius, quod d. fuit. Cum ex theoremate superiori, quod τῆς διχοτομίας vocant Græci, data sit chorda arcus 1 g̃. 30 m̃. per theorema hoc comparabimus chordas omnium arcuum 1 g̃. 30 m̃. se exuperantium. Vt arcus 3 g̃ | 4 g̃ 30 m̃ | 6 g̃ | 7 g̃ 30 m̃ | 9 g̃ | 10 g̃ 30 m̃ | ac ita deinceps. Quod si data esset chorda gradus vnius, daretur per theorema τῆς διχοτομίας, chorda 0 g̃ .30 m̃. omniumque arcuum 0 g̃. 30 m̃. se exuperantium chordæ darentur. Verum quanquam vnius gradus chorda, exquisitè & ad vnguem inueniri non potest, inuenietur tamen satis propinqua vero. Vt ex tantulo discrimine nullus sensibilis pàriatur error. Quam ad rem propositio sequens viam muniet.



PROPOSITIO VII.

Si in circulo duæ inæquales lineæ ducantur, maior ad minorem, rationem habet minorem, quàm peripheriam insidens maiori, ad peripheriam insidentem minori.

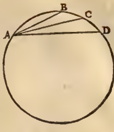
ESto nanque circulus ABCD, in quo ducantur duæ inæquales chordæ, AB maior, BC minor. Aio rectæ AB ad rectam BC minorem esse rationem, quàm arcus AB ad arcum BC. Ducatur AC, & bisecetur angulus ABC, ducta BD, secante AC in E. Ducantur & rectæ AD, DC. Quoniam igitur secto ABC angulo bifariam, AB est ad BC, vt AE ad EC per 3 lib. 6 elem. estque AB maior quàm BC, erit & AE maior quã EC. Cũque anguli ABD, DBC sint æquales, arcus AD, DC. rectæque AD, DC erunt æquales. Quamobrem in triangulo ADC isoscele, demissa perpendicularis ex D in AC, bifariam secabit AC per 26 lib. 1 elem. cadet igitur in rectam AE, cum AE sit maior quàm EC. Ea esto DG. eritque AC dupla GC. In triangulo autem DEC, DC maior erit quàm DE. propterea quòd maiori angulo opponitur: eademque de causa DE maior quàm DG. Circulus igitur centro D, & interuallo DE descriptus, transiliet quidem DG, secabit vero DC. sit eius arcus FEH, secans DC in H, & occurrens productæ DG in F. Quia ergo sector quidem FED, maior est triangulo GED. sector verò EDH, minor est triangulo EDC. sector FDE ad triangulum GDE, maiorem habebit rationem, quàm sector EDH, ad triangulum EDC. Et permutatim sector FDE ad sectorem EDH, maiorẽ habebit rationem, quàm triangulum GDE, ad triangulum EDC. Est autem sector FDE ad sectorem EDH, vt angulus EDF, ad angulum EDC. Triãgulum verò GDE ad triangulum EDC, vt GE ad EC. Maior igitur est rario anguli GDE ad angulum EDC, quàm rectæ GE ad rectam EC. Et coniunctim, maior est ratio anguli GDC ad angulum EDC, quàm rectæ GC ad rectam EC. & sumptis æquemultiplicibus ad antecedentia, maior est ratio anguli ADC ad angulum EDC, quàm rectæ AC ad rectam EC. Et diuisim, maior est ratio anguli ADE ad angulum EDC, id est per vlt. lib 6 elem. arcus AB ad arcum BC, quàm rectæ AE ad rectam EC, id est per 3 lib. 6 elem. quàm AB ad BC. Quamobrem ratio AB ad BC minor erit, quàm arcus AB ad arcum BC, quod demonstrandum fuit.



PRO-

PROPOSITIO. VIII.

Chordam arcus vnius gradus inuenire.

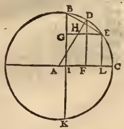


ESto circulus ABCD. & à puncto A sumantur tres arcus AB, AC, AD. quorum AB sit o g̃.45 m̃. AC. 1 g̃. AD 1 g̃. 30 m̃. Ratio igitur arcus AC ad arcum AB, est sesquitertia. Arcus vero ABCD ad arcum ABC, sesquialtera. Ducantur rectę AB, AC, AD, Erit igitur ex antecedenti propositione, ratio rectæ AC ad AB minor quàm sesquitertia, cumque AB inuenta sit o g̃. 47 m̃. 7 2̃ 39 3̃ (pro quibus Ptolemæus assumpsit o g̃. 47 m̃. 8 2̃) sit autem in sesquitertia ratione 1 g̃. 2 m̃. 50 2̃. 12 3̃. ad o g̃. 47 m̃. 7 2̃. 39 3̃. AC erit minor quàm 1 g̃. 2 m̃. 50 2̃. 12 3̃. Per idem theorema ratio AD ad AC, minor erit quàm sesquialtera, fuit autem AD chorda arcus 1 g̃. 30 m̃. inuenta 1 g̃. 34 m̃. 15 2̃. quę rationem habent sesquialteram ad 1 g̃. 2 m̃. 50 2̃. Quamobrem AC maior erit 1 g̃. 2 m̃. 50 2̃. Demonstrauimus autem eandem esse minorem 1 g̃. 2 m̃. 50 2̃. 12 3̃. Ergo inter vtranque interiecta. Quamobrē Ptolemæus eam assumpsit 1 g̃. 2 m̃. 50 2̃. Cognita igitur hunc in modum chorda arcus vnius grad', cognoscetur & per 5 propos. chorda dimidij grad', scil. 31 m̃. 25 2̃. fere, & deinceps chordæ omnium arcuum semisse vnius partis crescentium. Nam ex chorda 1 g̃. 30 m̃. chordáque o g̃. 30 m̃. cognoscetur chorda 2 g̃ per 6, hoc est, per theorema κατὰ σύνθεσιν. Ex chorda autem 3 g̃, & chorda 30 m̃. cognoscetur chorda 2 g̃. 30 m̃. quæ ipsarum inter se differentia est, per 4 huius, ac ita deinceps. Vnde facile est colligere quemadmodum tabula chordarum ad singula minuta confici debeat.

Verum quia supputatio per chordarum semisses, quos sinus vocant Arabes, multum in se commoditatis habet atque compēdij. Ex iisdem theorematibus tabula semissium chordarum, id est sinuum construitur. Quinetiam vt bona laboris illius parte leuemur, sequens theorema præstabit. Per id enim inuentis sinibus vsque ad 60 gradus, reliquorum quadrantis arcuum sinus, sola antecedentium additione parabuntur.

PROPOSITIO IX.

Si duorum arcuum summa fuerit 60 partium, eorum sinus coniunctim æquabuntur sinui arcus, ex minore ipsorum, & ex arcu 60 partium, constantis.



ESto circulus BDECK, cuius centrum A, à quo educatur radius AC. sumaturque arcus CD 60. A puncto autem D resecentur vtrinque æquales arcus DB, DE. Et à punctis B, D, E. Demittantur in AC perpendiculares EL, DF, BI. producatúrque BI vsque ad oppositam circuli circunferentiam, ad punctum K. Erit igitur EL, sinus arcus EC. DF sinus arcus DC, & BI sinus arcus BC. Ducatur insuper recta BE. & ex E in BI perpendicularis esto EG. Ex A autem in D. connectatur recta AD. secans BE in H. Erit item ex defin. recta EH, sinus arcus ED. Aio igitur rectā LE, id est (quia parallelogrammum est EGIL.) rectam IG, vna cum EH, Hoc est sinus duorum arcuum, CE, ED. quorum summa est 60 partium, æquales esse rectæ IB, sinui arcus constantis ex ED, id est, BD, & DC. Nā quia arcus EC tanto minor est quàm 60, quanto CB, id est CK maior. Erit totus ECK, æqualis duplo arcus DC, id est 120. Angulus igitur EBK erit 120, vt in peripheria. Vt vero ad centrum, erit 60. Æqualis igitur angulo DAC. Cum itaque triangulorum GBE, DAF rectangulorum, anguli EBG DAF acuti, sint æquales, triangula erunt æquiangula. Vt igitur DA ad AF, sic EB ad BG. Est autem DA radius, siue hexagoni latus, duplum AF. Ergo & EB dupla erit BG: sed & rectæ quoque EH dupla est. Recta igitur EH, rectæ BG erit

æqualis, addatur communis GI, duę igitur EH, GI, duabus BG, GI, id eſt toti BI, erunt æquales.

Exemplum. Eſto arcus EC 42 g̃. ED erit 18 g̃. ſinus arcus EC, hoc eſt EL, vel GI erit 40 g̃. 8 m̃. 52 2̃. Sinus arcus ED, hoc eſt EH, erit 18 g̃. 32 m̃. 28 2̃. horum ſumma eſt 58 g̃. 41 m̃. 20 2̃. Totidemque erit partium ſinus arcus BC, hoc eſt BI.

Huncin modum omnium quadrantis arcuum, minutatim procedentium ſinus inuenientur. Quos vt præſto ad vſum forent, in canonem digeſſerunt aſtronomi, cuius ſupremum latus, arcuum gradus continet, læuum dextrúmque minuta graduum. Læuum, minuta arcuum ſemiſſe quadrantis minorum. Dextrum, minuta complementorum eorundem. Areæ in quibus columnæ graduum, & minutorum verſus orthogonaliter concurrunt, ipſorum arcuum ſinus exhibent.

DE VSV CANONIS.

DAti arcus ſinũ in hoc canone veſtigaturus, ſume gradus dati arcus in ſupremo latere canonis: minuta, ſi quæ iis adiuncta ſint, in ſiniſtra & deſcendente columna, vel in dextra, ſi arcus ſemiſſe quadrantis maior fuerit, & ſita in angulo concurſus perpendicularis ipſorum area, dati arcus ſinum ſuggeret. Vt arcus 30 g̃. 20 m̃. ſinum veſtigaturus, quęro 30 in ſupremo latere canonis, quibus inuentis, aſſumo 20 m̃. in ſiniſtro, & per vtrunque numerum ingreſſus tabulam, offendo in area perpendicularis concurſus ipſorum 30 g̃. 18 m̃. 6 2̃. Sinus igitur arcus 30 g̃. 20 m̃. eſt 30 g̃. 18 m̃. 6 2̃. Ex ſinu autem veſtigaturus arcum. Quæro ſinum in areis, quo reperto, aſſumo gradus in ſupremo tabulæ latere ei columnæ præfixos, & minuta quæ eidem verſui ſunt appoſita in ſiniſtro dextróue latere. ſiniſtro, ſi gradus columnæ dati ſinus præfixi ſint infra 45: dextro, ſi ſupra: Ac ita dati arcus ſinum habeo.

Iam illud non obſcurum eſt, dati arcus dari chordam ex canone ſinuum, & contra. Nam ſi dati arcus chorda quæritur, ſinus ſemiſſis arcus dati duplicatus, erit dati arcus chorda. Quod ſi datæ chordæ arcus veſtigatur: Quoniam chorda cuiuſque arcus dupla eſt ſinus arcus dimidij, per 3 lib. 3 elem. ſumatur datæ chordæ dimidium in areolis ſinuũ, Is ſinus eſt dimidij arcus datæ chordæ, quamobrem eius ſinus arcus geminatus, eſt datæ chordæ arcus.

Exemplum. Sit inuenienda chorda arcus 72 partium. Sumo dimidium de 72, ſcil. 36, horum ſinus ex can. ſinuum eſt 35 g̃. 16 m̃. 2 2̃. Duplum 70 g̃. 32 m̃. 4 2̃. idemque chorda arcus 72. Contra detur chorda 70 g̃. 32 m̃. 4 2̃. eius arcus quæritur. Dimidium de 70 g̃. 32 m̃. 4 2̃. eſt 35 g̃. 16 m̃. 2 2̃. Cuius quidem ſinus arcus, eſt 36 duplum 72, arcus datæ chordæ, qui quærebatur. Verùm cum hic canon ſinus arcuum, qui ex gradibus & minutis ſolũmodo conſtant contineat, Si dato arcui, cuius quærendus ſinus eſt, adiuncta ſint ſecunda ſcrupula, ſinus eius ſumetur, ὡς καθ' ὁμαλὴν παραύξησιν ſinuum. Ita vt quãtam vnius minuti partem, ſecunda ſcrupula conſtituunt, tanta pars differentiæ ſinuum arcuum, dato proximè maioris, & proximè minoris, ſinui arcus proximè minoris adiiciatur, vt confletur ſinus dati arcus. Et enim ſinum 40 g̃. 25 m̃. 20 2̃. ſcire ſtudens quoniã arcus eo proximè minor, eſt 40 g̃. 25 m̃. eiuſque ſinus 38 g̃. 54 m̃. 1 2̃. proximè maior 40 g̃. 26 m̃. eius ſinus 38 g̃. 54 m̃. 49 2̃. quorum ſinuum differentia 0 g̃. 48 m̃. ſunt autem 20 2̃. quæ minutis dati arcus adhærent, pars tertia vnius minuti, pars autem tertia 48 m̃. ſunt 16 m̃. addo 16 m̃ ad 38 g̃. 54 m̃ 1 2̃. fiunt 38 g̃. 54 m̃ 17 2̃. qui ſinus eſt 40 g̃. 25 m̃. 20 2̃.

SEQVITVR CANON SINVVM.

CANON HEXE

	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45
	60 0	59 0	58 0	57 0	56 0	55 0	54 0	53 0	52 0	51 0	50 0	49 0	48 0	47 0	46 0	45 0
	60	58 1	57 2	56 3	55 4	54 5	53 6	52 7	51 8	50 9	49 10	48 11	47 12	46 13	45 14	44 15
		59	56 4	55 6	54 8	53 10	52 12	51 14	50 16	49 18	48 20	47 22	46 24	45 26	44 28	43 30
0	1		58	54 9	53 12	52 15	51 18	50 21	49 24	48 27	47 30	46 33	45 36	44 39	43 42	42 45
1	0 1	2		57	52 16	51 20	50 24	49 28	48 32	47 36	46 40	45 44	44 48	43 52	42 56	42 0
2	0 2	0 4	3		56	50 25	49 30	48 35	47 40	46 45	45 50	44 55	44 0	43 5	42 10	41 15
3	0 3	0 6	0 9	4		55	48 36	47 42	46 48	45 54	45 0	44 6	43 12	42 18	41 24	40 30
4	0 4	0 8	0 12	0 16	5		54	46 49	45 56	45 3	44 10	43 17	42 24	41 31	40 38	39 45
5	0 5	0 10	0 15	0 20	0 25	6		53	45 4	44 12	43 20	42 28	41 36	40 44	39 52	39 0
6	0 6	0 11	0 18	0 24	0 30	0 36	7		52	43 21	42 30	41 39	40 48	39 57	39 6	38 15
7	0 7	0 14	0 21	0 28	0 35	0 42	0 49	8		51	41 40	40 50	40 0	39 10	38 20	37 30
8	0 8	0 16	0 24	0 32	0 40	0 48	0 56	1 4	9		50	40 1	39 12	38 23	37 34	36 45
9	0 9	0 18	0 27	0 36	0 45	0 54	1 3	1 12	1 21	10		49	38 24	37 36	36 48	36 0
10	0 10	0 20	0 30	0 40	0 50	1 0	1 10	1 20	1 30	1 40	11		48	36 49	36 2	35 15
11	0 11	0 22	0 33	0 44	0 55	1 6	1 17	1 28	1 39	1 50	2 1	12		47	35 16	34 30
12	0 12	0 24	0 36	0 48	1 0	1 12	1 24	1 36	1 48	2 0	2 12	2 24	13		46	33 45
13	0 13	0 26	0 39	0 52	1 5	1 18	1 31	1 44	1 57	2 10	2 23	2 36	2 49	14		45
14	0 14	0 28	0 42	0 56	1 10	1 24	1 38	1 52	2 6	2 20	2 34	2 48	3 2	3 16	15	
15	0 15	0 30	0 45	1 0	1 15	1 30	1 45	2 0	2 15	2 30	2 45	3 0	3 15	3 30	3 45	16
16	0 16	0 32	0 48	1 4	1 20	1 36	1 52	2 8	2 24	2 40	2 56	3 12	3 28	3 44	4 0	4 16
17	0 17	0 34	0 51	1 8	1 25	1 42	1 59	2 16	2 33	2 50	3 7	3 24	3 41	3 58	4 15	4 32
18	0 18	0 36	0 54	1 12	1 30	1 48	2 6	2 24	2 42	3 0	3 18	3 36	3 54	4 12	4 30	4 48
19	0 19	0 38	0 57	1 16	1 35	1 54	2 13	2 32	2 51	3 10	3 29	3 48	4 7	4 26	4 45	5 4
20	0 20	0 40	1 0	1 20	1 40	2 0	2 20	2 40	3 0	3 20	3 40	4 0	4 20	4 40	5 0	5 20
21	0 21	0 42	1 3	1 24	1 45	2 6	2 27	2 48	3 9	3 30	3 51	4 12	4 33	4 54	5 15	5 36
22	0 22	0 44	1 6	1 28	1 50	2 12	2 34	2 56	3 18	3 40	4 2	4 24	4 46	5 8	5 30	5 52
23	0 23	0 46	1 9	1 32	1 55	2 18	2 41	3 4	3 27	3 50	4 13	4 36	4 59	5 22	5 45	6 8
24	0 24	0 48	1 12	1 36	2 0	2 24	2 48	3 12	3 36	4 0	4 24	4 48	5 12	5 36	6 0	6 24
25	0 25	0 50	1 15	1 40	2 5	2 30	2 55	3 20	3 45	4 10	4 35	5 0	5 25	5 50	6 15	6 40
26	0 26	0 52	1 18	1 44	2 10	2 36	3 2	3 28	3 54	4 20	4 46	5 12	5 38	6 4	6 30	6 56
27	0 27	0 54	1 21	1 48	2 15	2 42	3 9	3 36	4 3	4 30	4 57	5 24	5 51	6 18	6 45	7 12
28	0 28	0 56	1 24	1 52	2 20	2 48	3 16	3 44	4 12	4 40	5 8	5 36	6 4	6 32	7 0	7 28
29	0 29	0 58	1 27	1 56	2 25	2 54	3 23	3 52	4 21	4 50	5 19	5 48	6 17	6 46	7 15	7 44
30	0 30	1 0	1 30	2 0	2 30	3 0	3 30	4 0	4 30	5 0	5 30	6 0	6 30	7 0	7 30	8 0
31	0 31	1 2	1 33	2 4	2 35	3 6	3 37	4 8	4 39	5 10	5 41	6 12	6 43	7 14	7 45	8 16
32	0 32	1 4	1 36	2 8	2 40	3 12	3 44	4 16	4 48	5 20	5 52	6 24	6 56	7 28	8 0	8 32
33	0 33	1 6	1 39	2 12	2 45	3 18	3 51	4 24	4 57	5 30	6 3	6 36	7 9	7 42	8 15	8 48
34	0 34	1 8	1 42	2 16	2 50	3 24	3 58	4 32	5 6	5 40	6 14	6 48	7 22	7 56	8 30	9 4
35	0 35	1 10	1 45	2 20	2 55	3 30	4 5	4 40	5 15	5 50	6 25	7 0	7 35	8 10	8 45	9 20
36	0 36	1 12	1 48	2 24	3 0	3 36	4 12	4 48	5 24	6 0	6 36	7 12	7 48	8 24	9 0	9 36
37	0 37	1 14	1 51	2 28	3 5	3 42	4 19	4 56	5 33	6 10	6 47	7 24	8 1	8 38	9 15	9 52
38	0 38	1 16	1 54	2 32	3 10	3 48	4 26	5 4	5 42	6 20	6 58	7 36	8 14	8 52	9 30	10 8
39	0 39	1 18	1 57	2 36	3 15	3 54	4 33	5 12	5 51	6 30	7 9	7 48	8 27	9 6	9 45	10 24
40	0 40	1 20	2 0	2 40	3 20	4 0	4 40	5 20	6 0	6 40	7 20	8 0	8 40	9 20	10 0	10 40
41	0 41	1 22	2 3	2 44	3 25	4 6	4 47	5 28	6 9	6 50	7 31	8 12	8 53	9 34	10 15	10 56
42	0 42	1 24	2 6	2 48	3 30	4 12	4 54	5 36	6 18	7 0	7 42	8 24	9 6	9 48	10 30	11 12
43	0 43	1 26	2 9	2 52	3 35	4 18	5 1	5 44	6 27	7 10	7 53	8 36	9 19	10 2	10 45	11 28
44	0 44	1 28	2 12	2 56	3 40	4 24	5 8	5 52	6 36	7 20	8 4	8 48	9 32	10 16	11 0	11 44
45	0 45	1 30	2 15	3 0	3 45	4 30	5 15	6 0	6 45	7 30	8 15	9 0	9 45	10 30	11 15	12 0
46	0 46	1 32	2 18	3 4	3 50	4 36	5 22	6 8	6 54	7 40	8 26	9 12	9 58	10 44	11 30	12 16
47	0 47	1 34	2 21	3 8	3 55	4 42	5 29	6 16	7 3	7 50	8 37	9 24	10 11	10 58	11 45	12 32
48	0 48	1 36	2 24	3 12	4 0	4 48	5 36	6 24	7 12	8 0	8 48	9 36	10 24	11 12	12 0	12 48
49	0 49	1 38	2 27	3 16	4 5	4 54	5 43	6 32	7 21	8 10	8 59	9 48	10 37	11 26	12 15	13 4
50	0 50	1 40	2 30	3 20	4 10	5 0	5 50	6 40	7 30	8 20	9 10	10 0	10 50	11 40	12 30	13 20
51	0 51	1 42	2 33	3 24	4 15	5 6	5 57	6 48	7 39	8 30	9 21	10 12	11 3	11 54	12 45	13 36
52	0 52	1 44	2 36	3 28	4 20	5 12	6 4	6 56	7 48	8 40	9 32	10 24	11 16	12 8	13 0	13 52
53	0 53	1 46	2 39	3 32	4 25	5 18	6 11	7 4	7 57	8 50	9 43	10 36	11 29	12 22	13 15	14 8
54	0 54	1 48	2 42	3 36	4 30	5 24	6 18	7 12	8 6	9 0	9 54	10 48	11 42	12 36	13 30	14 24
55	0 55	1 50	2 45	3 40	4 35	5 30	6 25	7 20	8 15	9 10	10 5	11 0	11 55	12 50	13 45	14 40
56	0 56	1 52	2 48	3 44	4 40	5 36	6 32	7 28	8 24	9 20	10 16	11 12	12 8	13 4	14 0	14 56
57	0 57	1 54	2 51	3 48	4 45	5 42	6 39	7 36	8 33	9 30	10 27	11 24	12 21	13 18	14 15	15 12
58	0 58	1 56	2 54	3 52	4 50	5 48	6 46	7 44	8 42	9 40	10 38	11 36	12 34	13 32	14 30	15 28
59	0 59	1 58	2 57	3 56	4 55	5 54	6 53	7 52	8 51	9 50	10 49	11 48	12 47	13 46	14 45	15 44
60	1 0	2 0	3 0	4 0	5 0	6 0	7 0	8 0	9 0	10 0	11 0	12 0	13 0	14 0	15 0	16 0

ECONTADON.

45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	
45 0	44 0	43 0	42 0	41 0	40 0	39 0	38 0	37 0	36 0	35 0	34 0	33 0	32 0	31 0	60
44 15	43 16	42 17	41 18	40 19	39 20	38 21	37 22	36 23	35 24	34 25	33 26	32 27	31 28	30 29	59
43 30	42 32	41 34	40 36	39 38	38 40	37 42	36 44	35 46	34 48	33 50	32 52	31 54	30 56	29 58	58
42 45	41 48	40 51	39 54	38 57	38 0	37 3	36 6	35 9	34 12	33 15	32 18	31 21	30 24	29 27	57
42 0	41 4	40 8	39 12	38 16	37 20	36 24	35 28	34 32	33 36	32 40	31 44	30 48	29 52	28 56	56
41 15	40 20	39 25	38 30	37 35	36 40	35 45	34 50	33 55	33 0	32 5	31 10	30 15	29 20	28 25	55
40 30	39 36	38 42	37 48	36 54	36 0	35 6	34 12	33 18	32 24	31 30	30 36	29 42	28 48	27 54	54
39 45	38 52	37 59	37 6	36 13	35 20	34 27	33 34	32 41	31 48	30 55	30 2	29 9	28 16	27 23	53
39 0	38 8	37 16	36 24	35 32	34 40	33 48	32 56	32 4	31 12	30 20	29 28	28 36	27 44	26 52	52
38 15	37 24	36 33	35 42	34 51	34 0	33 9	32 18	31 27	30 36	29 45	28 54	28 3	27 12	26 21	51
37 30	36 40	35 50	35 0	34 10	33 20	32 30	31 40	30 50	30 0	29 10	28 20	27 30	26 40	25 50	50
36 45	35 56	35 7	34 18	33 29	32 40	31 51	31 2	30 13	29 24	28 35	27 46	26 57	26 8	25 19	49
36 0	35 12	34 24	33 36	32 48	32 0	31 12	30 24	29 36	28 48	28 0	27 12	26 24	25 36	24 48	48
35 15	34 28	33 41	32 54	32 7	31 20	30 33	29 46	28 59	28 12	27 25	16 38	25 51	25 4	24 17	47
34 30	33 44	32 58	32 12	31 26	30 40	29 54	29 8	28 22	27 36	26 50	26 4	25 18	24 32	23 46	46
33 45	33 0	32 15	31 30	30 45	30 0	29 15	28 30	27 45	27 0	26 15	25 30	24 45	24 0	23 15	45
45	32 16	31 32	30 48	30 4	29 20	28 36	27 52	27 8	26 24	25 40	24 56	24 12	23 28	22 44	44
	44	30 49	30 6	29 23	28 40	27 57	27 14	26 31	25 48	25 5	24 22	23 39	22 56	22 13	43
16		43	29 24	28 42	28 0	27 18	26 36	25 54	25 12	24 30	23 48	23 6	22 24	21 42	42
4 16	17		42	28 1	27 20	26 39	25 58	25 17	24 36	23 55	23 14	22 33	21 52	21 11	41
4 32	4 49	18		41	26 40	26 0	25 20	24 40	24 0	23 20	22 40	22 0	21 20	20 40	40
4 48	5 6	5 24	19		40	25 21	24 42	24 3	23 24	22 45	22 6	21 27	20 48	20 9	39
5 4	5 23	5 42	6 1	20		39	24 4	23 26	22 48	22 10	21 32	20 54	20 16	19 38	38
5 20	5 40	6 0	6 20	6 40	21		38	22 49	22 12	21 35	20 58	20 21	19 44	19 7	37
5 36	5 57	6 18	6 39	7 0	7 21	22		37	21 36	21 0	20 24	19 48	19 12	18 36	36
5 52	6 14	6 36	6 58	7 20	7 42	8 4	23		36	20 25	19 50	19 15	18 40	18 5	35
6 8	6 31	6 54	7 17	7 40	8 3	8 26	8 49	24		35	19 16	18 42	18 8	17 34	34
6 24	6 48	7 12	7 36	8 0	8 24	8 48	9 12	9 36	25		34	18 9	17 36	17 3	33
6 40	7 5	7 30	7 55	8 20	8 45	9 10	9 35	10 0	10 25	26		33	17 4	16 32	32
6 56	7 22	7 48	8 14	8 40	9 6	9 32	9 58	10 24	10 50	11 16	27		32	16 1	31
7 12	7 39	8 6	8 33	9 0	9 27	9 54	10 21	10 48	11 15	11 42	12 9	28		31	
7 28	7 56	8 24	8 52	9 20	9 48	10 16	10 44	11 12	11 40	12 8	12 36	13 4	29		
7 44	8 13	8 42	9 11	9 40	10 9	10 38	11 7	11 36	12 5	12 34	13 3	13 32	14 1	30	
8 0	8 30	9 0	9 30	10 0	10 30	11 0	11 30	12 0	12 30	13 0	13 30	14 0	14 30	15 0	30
8 16	8 47	9 18	9 49	10 20	10 51	11 22	11 53	12 24	12 55	13 26	13 57	14 28	14 59	15 30	31
8 32	9 4	9 36	10 8	10 40	11 12	11 44	12 16	12 48	13 20	13 52	14 24	14 56	15 28	16 0	32
8 48	9 21	9 54	10 27	11 0	11 33	12 6	12 39	13 12	13 45	14 18	14 51	15 24	15 57	16 30	33
9 4	9 38	10 12	10 46	11 20	11 54	12 28	13 2	13 36	14 10	14 44	15 18	15 52	16 26	17 0	34
9 20	9 55	10 30	11 5	11 40	12 15	12 50	13 25	14 0	14 35	15 10	15 45	16 20	16 55	17 30	35
9 36	10 12	10 48	11 24	12 0	12 36	13 12	13 48	14 24	15 0	15 36	16 12	16 48	17 24	18 0	36
9 52	10 29	11 6	11 43	12 20	12 57	13 34	14 11	14 48	15 25	16 2	16 39	17 16	17 53	18 30	37
10 8	10 46	11 24	12 2	12 40	13 18	13 56	14 34	15 12	15 50	16 28	17 6	17 44	18 22	19 0	38
10 24	11 3	11 42	12 21	13 0	13 39	14 18	14 57	15 36	16 15	16 54	17 33	18 12	18 51	19 30	39
10 40	11 20	12 0	12 40	13 20	14 0	14 40	15 20	16 0	16 40	17 20	18 0	18 40	19 20	20 0	40
10 56	11 37	12 18	12 59	13 40	14 21	15 2	15 43	16 24	17 5	17 46	18 27	19 8	19 49	20 30	41
11 12	11 54	12 36	13 18	14 0	14 42	15 24	16 6	16 48	17 30	18 12	18 54	19 36	20 18	21 0	42
11 28	12 11	12 54	13 37	14 20	15 3	15 46	16 29	17 12	17 55	18 38	19 21	20 4	20 47	21 30	43
11 44	12 28	13 12	13 56	14 40	15 24	16 8	16 52	17 36	18 20	19 4	19 48	20 32	21 16	22 0	44
12 0	12 45	13 30	14 15	15 0	15 45	16 30	17 15	18 0	18 45	19 30	20 15	21 0	21 45	22 30	45
12 16	13 2	13 48	14 34	15 20	16 6	16 52	17 38	18 24	19 10	19 56	20 42	21 28	22 14	23 0	46
12 32	13 19	14 6	14 53	15 40	16 27	17 14	18 1	18 48	19 35	20 22	21 9	21 56	22 43	23 30	47
12 48	13 36	14 24	15 12	16 0	16 48	17 36	18 24	19 12	20 0	20 48	21 36	22 24	23 12	24 0	48
13 4	13 53	14 42	15 31	16 20	17 9	17 58	18 47	19 36	20 25	21 14	22 3	22 52	23 41	24 30	49
13 20	14 10	15 0	15 50	16 40	17 30	18 20	19 10	20 0	20 50	21 40	22 30	23 20	24 10	25 0	50
13 36	14 27	15 18	16 9	17 0	17 51	18 42	19 33	20 24	21 15	22 6	22 57	23 48	24 39	25 30	51
13 52	14 44	15 36	16 28	17 20	18 12	19 4	19 56	20 48	21 40	22 32	23 24	24 16	25 8	26 0	52
14 8	15 1	15 54	16 47	17 40	18 33	19 26	20 19	21 12	22 5	22 58	23 51	24 44	25 37	26 30	53
14 24	15 18	16 12	17 6	18 0	18 54	19 48	20 42	21 36	22 30	23 24	24 18	25 12	26 6	27 0	54
14 40	15 35	16 30	17 25	18 20	19 15	20 10	21 5	22 0	22 55	23 50	24 45	25 40	26 35	27 30	55
14 56	15 52	16 48	17 44	18 40	19 36	20 32	21 28	22 24	23 20	24 16	25 12	26 8	27 4	28 0	56
15 12	16 9	17 6	18 3	19 0	19 57	20 54	21 51	22 48	23 45	24 42	25 39	26 36	27 33	28 30	57
15 28	16 26	17 24	18 22	19 20	20 18	21 16	22 14	23 12	24 10	25 8	26 6	27 4	28 2	29 0	58
15 44	16 43	17 42	18 41	19 40	20 39	21 38	22 37	23 36	24 35	25 34	26 33	27 32	28 31	29 30	59
16 0	17 0	18 0	19 0	20 0	21 0	22 0	23 0	24 0	25 0	26 0	27 0	28 0	29 0	30 0	60

Apud Ægidium Gorbinum, sub insigni Spei, è regione Collegij Cameracensis. 1581.

arcuũ.	grad. 0			89			1			88			2			87 arcuũ.			arcuũ.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	0	0	0	60	0	0	1	2	50	59	59	27	2	5	38	59	57	48	60
1	0	1	3		0	0		3	53		56	26		6	41		57	46	59
2		2	6		0	0		4	55		59	25		7	44		57	44	58
3		3	9		0	0		5	58		59	23		8	47		57	41	57
4		4	11	59	59	59		7	1		59	22		9	49		57	39	56
5		5	14		59	59		8	4		59	21		10	52		57	37	55
6		6	17		59	59		9	7		59	20		11	54		57	34	54
7		7	20		59	59		10	9		59	18		12	57		57	32	53
8		8	23		59	59		11	12		59	17		14	0		57	30	52
9		9	26		59	59		12	15		59	16		15	3		57	27	51
10		10	28		59	59		13	18		59	15		16	6		57	25	50
11		11	31		59	59		14	21		59	14		17	8		57	23	49
12		12	34		59	58		15	24		59	12		18	11		57	20	48
13		13	37		59	58		16	26		59	11		19	14		57	18	47
14		14	40		59	58		17	29		59	10		20	17		57	16	46
15		15	42		59	58		18	32		59	9		21	20		57	13	45
16		16	45		59	58		19	35		59	7		22	23		57	11	44
17		17	48		59	57		20	38		59	6		23	26		57	8	43
18		18	51		59	57		21	40		59	4		24	28		57	6	42
19		19	54		59	56		22	43		59	3		25	31		57	3	41
20		20	57		59	56		23	46		59	1		26	34		57	0	40
21		21	59		59	56		24	49		59	0		27	37		56	58	39
22		23	2		59	55		25	52		58	58		28	40		56	55	38
23		24	5		59	55		26	55		58	57		29	42		56	53	37
24		25	8		59	54		27	57		58	55		30	45		56	50	36
25		26	11		59	54		29	0		58	54		31	48		56	47	35
26		27	14		59	53		30	3		58	52		32	51		56	45	34
27		28	16		59	53		31	5		58	51		33	54		56	42	33
28		29	19		59	53		32	8		58	49		34	56		56	40	32
29		30	22		59	52		33	11		58	48		35	59		56	37	31
30		31	25		59	52		34	14		58	46		37	2		56	34	30
31		32	28		59	51		35	17		58	44		38	5		56	32	29
32		33	31		59	50		36	20		58	42		39	7		56	29	28
33		34	33		59	50		37	23		58	41		40	10		56	26	27
34		35	36		59	49		38	25		58	39		41	13		56	23	26
35		36	39		59	48		39	28		58	37		42	16		56	20	25
36		37	42		59	48		40	31		58	35		43	18		56	17	24
37		38	45		59	47		41	34		58	34		44	21		56	14	23
38		39	48		59	46		42	37		58	32		45	24		56	11	22
39		40	50		59	46		43	39		58	30		46	27		56	8	21
40		41	53		59	45		44	42		58	28		47	30		56	6	20
41		42	56		59	44		45	45		58	26		48	32		56	3	19
42		43	59		59	44		46	48		58	25		49	35		56	0	18
43		45	2		59	43		47	51		58	23		50	38		55	57	17
44		46	5		59	42		48	53		58	21		51	41		55	54	16
45		47	7		59	42		49	56		58	19		52	43		55	51	15
46		48	10		59	41		50	59		58	17		53	46		55	48	14
47		49	13		59	40		52	2		58	15		54	49		55	45	13
48		50	16		59	39		53	5		58	13		55	51		55	42	12
49		51	19		59	38		54	7		58	11		56	54		55	39	11
50		52	22		59	37		55	10		58	9		57	57		55	36	10
51		53	24		59	36		56	13		58	7		59	0		55	32	9
52		54	27		59	35		57	16		58	5	3	0	2		55	29	8
53		55	30		59	34		58	19		58	3		1	5		55	26	7
54		56	33		59	33		59	21		58	1		2	8		55	23	6
55		57	36		59	32	2	0	24		57	59		3	10		55	20	5
56		58	39		59	31		1	27		57	57		4	13		55	17	4
57	0	59	41		59	30		2	30		57	55		5	16		55	13	3
58	1	0	44		59	29		3	33		57	53		6	19		55	10	2
59	1	1	47		59	28		4	35		57	51		7	22		55	7	1

m. arcuu.	grad. 3			86			4			85			5			84 arcuu.			m. arcu.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	3	8	25	59	55	4	4	11	7	59	51	14	5	13	46	59	46	18	60
1		9	27		55	1		12	10		51	9		14	48		46	12	59
2		10	30		54	57		13	13		51	5		15	51		46	7	58
3		11	35		54	54		14	15		51	0		16	53		46	1	57
4		12	35		54	50		15	18		50	56		17	56		45	56	56
5		13	38		54	47		16	21		50	51		18	59		45	50	55
6		14	41		54	43		17	24		50	47		20	1		45	44	54
7		15	44		54	40		18	26		50	42		21	4		45	39	53
8		16	46		54	37		19	29		50	38		22	6		45	33	52
9		17	49		54	33		20	32		50	33		23	9		45	28	51
10		18	52		54	30		21	34		50	29		24	12		45	22	50
11		19	55		54	26		22	37		50	24		25	14		45	16	49
12		20	57		54	23		23	40		50	20		26	17		45	11	48
13		22	0		54	19		24	42		50	15		27	19		45	5	47
14		23	3		54	16		25	45		50	11		28	22		44	59	46
15		24	6		54	13		26	47		50	6		29	24		44	54	45
16		25	8		54	9		27	50		50	1		30	27		44	48	44
17		26	11		54	5		28	53		49	57		31	29		44	42	43
18		27	14		54	2		29	55		49	52		32	32		44	36	42
19		28	16		53	58		30	58		49	47		33	34		44	30	41
20		29	19		53	54		32	0		49	42		34	37		44	25	40
22		30	22		53	50		33	3		49	37		35	40		44	19	39
22		31	25		53	47		34	6		49	33		36	42		44	13	38
23		32	27		53	43		35	9		49	28		37	45		44	7	37
24		33	30		53	39		36	11		49	23		38	47		44	1	36
25		34	33		53	36		37	14		49	18		39	50		43	55	35
26		35	35		53	32		38	17		49	13		40	52		43	49	34
27		36	38		53	28		39	19		49	9		41	55		43	43	33
28		37	41		53	25		40	22		49	4		42	57		43	37	32
29		38	44		53	21		41	24		48	59		44	0		43	32	31
30		39	46		53	17		42	27		48	54		45	3		43	26	30
32		40	49		53	13		43	30		48	49		46	5		43	20	29
32		41	52		53	9		44	32		48	44		47	8		43	13	28
33		42	55		53	5		45	35		48	39		48	10		43	7	27
34		43	57		53	1		46	38		48	34		49	13		43	1	26
35		45	0		52	57		47	40		48	29		50	15		42	55	25
36		46	3		52	53		48	43		48	24		51	18		42	49	24
37		47	5		52	49		49	46		48	19		52	20		42	43	23
38		48	8		52	45		50	48		48	14		53	23		42	36	22
39		49	11		52	41		51	51		48	9		54	25		42	30	21
40		50	13		52	37		52	53		48	3		55	28		42	24	20
41		51	16		52	33		53	56		47	58		56	30		42	18	19
42		52	19		52	29		54	59		47	53		57	35		42	12	18
43		53	22		52	23		56	1		47	48		58	35		42	6	17
44		54	24		52	22		57	4		47	43		59	38		41	59	16
45		55	27		52	18		58	7		47	38	6	0	41		41	53	15
46		56	30		52	13		59	9		47	33		1	43		41	47	14
47		57	32		52	9	5	0	12		47	27		2	45		41	40	13
48		58	35		52	5		1	14		47	22		3	48		41	34	12
49		59	38		52	1		2	17		47	17		4	50		41	28	11
50	4	0	40		51	56		3	20		47	11		5	53		41	21	10
51		1	43		51	52		4	22		47	6		6	55		41	15	9
52		2	46		51	48		5	25		47	1		7	58		41	8	8
53		3	49		51	44		6	27		46	55		9	0		41	2	7
54		4	51		51	39		7	30		46	50		10	3		40	55	6
55		5	54		51	35		8	33		46	45		11	5		40	49	5
56		6	57		51	31		9	35		46	39		12	8		40	42	4
57		7	59		51	27		10	38		46	34		13	10		40	36	3
58		9	2		51	22		11	40		46	29		14	13		40	30	2
59		10	5		51	18		12	43		46	23		15	15		40	23	1

m. arcus	grad. 6			83			7			82			8			81 arcus.			m. arcus
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	6	16	18	59	40	17	7	18	44	59	33	10	8	21	1	59	24	58	60
1		17	21		40	10		19	46		33	2		22	4		24	49	59
2		18	23		40	3		20	49		32	54		23	6		24	40	58
3		19	26		39	57		21	51		32	47		24	8		24	31	57
4		20	28		39	50		22	53		32	39		25	10		24	22	56
5		21	31		39	43		23	56		32	31		26	12		24	14	55
6		22	33		39	37		24	58		32	23		27	15		24	5	54
7		23	36		39	30		26	0		32	15		28	17		23	56	53
8		24	38		39	23		27	3		32	8		29	19		23	47	52
9		25	40		39	16		28	5		32	0		30	21		23	38	51
10		26	43		39	10		29	7		31	52		31	23		23	29	50
11		27	45		39	3		30	10		31	44		32	26		23	20	49
12		28	48		38	56		31	12		31	36		33	28		23	11	48
13		29	50		38	50		32	14		31	29		34	30		23	3	47
14		30	53		38	43		33	17		31	21		35	32		22	54	46
15		31	55		38	36		34	19		31	13		36	34		22	45	45
16		32	58		38	29		35	21		31	5		37	37		22	36	44
17		34	0		38	22		36	24		30	57		38	39		22	26	43
18		35	3		38	15		37	26		30	49		39	41		22	17	42
19		36	5		38	8		38	28		30	41		40	43		22	8	41
20		37	7		38	1		39	31		30	33		41	45		21	59	40
21		38	10		37	54		40	33		30	25		42	47		21	50	39
22		39	12		37	47		41	35		30	17		43	50		21	41	38
23		40	15		37	40		42	37		30	9		44	52		21	32	37
24		41	17		37	33		43	40		30	0		45	54		21	22	36
25		42	20		37	26		44	42		29	52		46	56		21	13	35
26		43	22		37	19		45	44		29	44		47	58		21	4	34
27		44	25		37	12		46	47		29	36		49	0		20	55	33
28		45	27		37	6		47	49		29	28		50	3		20	46	32
29		46	30		36	59		48	51		29	20		51	5		20	37	31
30		47	32		36	52		49	54		29	12		52	7		20	27	30
31		48	34		36	44		50	56		29	4		53	9		20	18	29
32		49	37		36	37		51	58		28	55		54	11		20	9	28
33		50	39		36	30		53	1		28	47		55	13		19	59	27
34		51	42		36	23		54	3		28	39		56	15		19	50	26
35		52	44		36	15		55	5		28	30		57	17		19	40	25
36		53	46		36	8		56	7		28	22		58	20		19	31	24
37		54	49		36	1		57	10		28	14		59	22		19	22	23
38		55	51		35	54		58	12		28	5	9	0	24		19	12	22
39		56	54		35	46		59	14		27	57		1	26		19	3	21
40		57	56		35	39	8	0	16		27	49		2	28		18	53	20
41		58	59		35	31		1	19		27	40		3	30		18	44	19
42	7	0	1		35	25		2	21		27	32		4	32		18	35	18
43		1	3		35	17		3	23		27	24		5	34		18	25	17
44		2	6		35	10		4	26		27	15		6	36		18	16	16
45		3	8		35	3		5	28		27	7		7	39		18	6	15
46		4	10		34	55		6	30		26	59		8	41		17	56	14
47		5	13		34	48		7	32		26	50		9	43		17	47	13
48		6	15		34	40		8	34		26	41		10	45		17	37	12
49		7	18		34	33		9	37		26	33		11	47		17	27	11
50		8	20		34	25		10	39		26	24		12	49		17	18	10
51		9	22		34	18		11	41		26	15		13	51		17	8	9
52		10	25		34	10		12	43		26	7		14	53		16	58	8
53		11	27		34	3		13	46		25	58		15	55		16	49	7
54		12	30		33	55		14	48		25	50		16	57		16	39	6
55		13	32		33	48		15	50		25	41		17	59		16	29	5
56		14	34		33	40		16	52		25	32		19	1		16	19	4
57		15	37		33	33		17	55		25	24		20	4		16	10	3
58		16	39		33	25		18	57		25	15		21	6		16	0	2
59		17	41		33	18		19	59		25	6		22	8		15	50	1

c ii

m. arcuũ	grad. 9			80			10			79			11			78 arcuũ.			m. arcu
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	9	23	10	59	15	41	10	25	8	59	5	18	11	26	55	58	53	51	60
1		24	12		15	31		26	10		5	7		27	56		53	39	59
2		25	14		15	21		27	12		4	56		28	58		53	27	58
3		26	16		15	11		28	14		4	45		30	0		53	15	57
4		27	18		15	1		29	15		4	34		31	1		53	3	56
5		28	20		14	51		30	17		4	23		32	3		52	51	55
6		29	22		14	41		31	19		4	12		33	5		51	39	54
7		30	24		14	31		32	21		4	1		34	6		52	27	53
8		31	26		14	21		33	23		3	50		35	8		52	15	52
9		32	28		14	11		34	25		3	39		36	10		52	2	51
10		33	30		14	1		35	26		3	28		37	11		51	50	50
11		34	32		13	51		36	28		3	17		38	13		51	38	49
12		35	34		13	41		37	30		3	6		39	15		51	26	48
13		36	36		13	31		38	32		2	55		40	16		51	14	47
14		37	38		13	21		39	34		2	44		41	18		51	2	46
15		38	40		13	11		40	36		2	33		42	20		50	50	45
16		39	42		13	1		41	38		2	21		43	21		50	37	44
17		40	44		12	51		42	39		2	10		44	23		50	25	43
18		41	46		12	41		43	41		1	59		45	24		50	12	42
19		42	48		12	30		44	43		1	48		46	26		50	0	41
20		43	50		12	20		43	45		1	36		47	17		49	48	40
21		44	52		12	10		46	47		1	25		48	29		49	35	39
22		45	54		12	0		47	48		1	14		49	31		49	23	38
23		46	56		11	49		48	50		1	2		50	32		49	10	37
24		47	58		11	39		49	52		0	51		51	34		48	58	36
25		49	0		11	29		50	54		0	40		52	35		48	46	35
26		50	2		11	19		51	56		0	28		53	37		48	33	34
27		51	4		11	8		52	57		0	17		54	39		48	21	33
28		52	6		10	58		53	59		0	6		55	40		48	8	32
29		53	8		10	48		55	1	58	59	54		56	42		47	56	31
30		54	10		10	38		56	3		59	43		57	43		47	44	30
31		55	12		10	27		57	4		59	31		58	45		47	31	29
32		56	14		10	17		58	6		59	20		59	47		47	18	28
33		57	16		10	6		59	8		59	8	12	0	48		47	6	27
34		58	18		9	56	11	0	10		58	57		1	50		46	53	26
35		59	20		9	45		1	11		58	45		2	51		46	40	25
36	10	0	22		9	35		2	13		58	34		3	53		46	28	24
37		1	24		9	24		3	15		58	22		4	54		46	15	23
38		2	16		9	14		4	17		58	10		5	56		46	2	22
39		3	28		9	3		5	18		57	59		6	57		45	50	21
40		4	30		8	53		6	20		57	47		7	59		45	37	20
41		5	32		8	42		7	22		57	36		9	0		45	24	19
42		6	34		8	32		8	24		57	24		10	2		45	11	18
43		7	36		8	21		9	25		57	12		11	4		44	59	17
44		8	38		8	11		10	27		57	1		12	5		44	46	16
45		9	40		8	0		11	29		56	49		13	7		44	34	15
46		10	41		7	49		12	31		56	37		14	8		44	21	14
47		11	43		7	39		13	33		56	26		15	10		44	8	13
48		12	45		7	28		14	34		56	14		16	11		43	55	12
49		13	47		7	17		15	36		56	2		17	13		43	42	11
50		14	49		7	6		16	38		55	50		18	14		43	29	10
51		15	51		6	55		17	39		55	38		19	16		43	16	9
52		16	53		6	45		18	41		55	26		20	17		43	3	8
53		17	55		6	34		19	43		55	14		21	18		42	50	7
54		18	57		6	23		20	44		55	3		22	20		42	37	6
55		19	58		6	12		21	46		54	51		23	21		42	25	5
56		21	0		6	2		22	48		54	39		24	23		42	12	4
57		22	2		5	51		23	50		54	27		25	24		41	59	3
58		23	4		5	40		24	51		54	15		26	26		41	46	2
59		24	6		5	29		25	53		54	3		27	27		41	33	1

m. arcuũ	grad. 12			77			13			76			14			75 arcuũ.			m. arcuũ
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	12	28	29	58	41	20	13	29	49	58	27	44	14	30	55	58	13	4	60
1		29	30		41	7		30	51		27	30		31	56		12	49	59
2		30	32		40	54		31	52		27	15		32	57		12	33	58
3		31	33		40	40		32	53		27	1		33	58		12	18	57
4		32	35		40	27		33	54		26	47		34	59		12	3	56
5		33	36		40	14		34	55		26	33		36	0		11	47	55
6		34	37		40	1		35	57		26	18		37	1		11	32	54
7		35	39		39	48		36	58		26	4		38	2		11	17	53
8		36	40		39	34		37	59		25	50		39	3		11	1	52
9		37	42		39	21		39	0		25	36		40	4		10	46	51
10		38	43		39	8		40	1		25	21		41	4		10	31	50
11		39	45		38	55		41	2		25	7		42	5		10	15	49
12		40	46		38	42		42	4		24	53		43	6		10	0	48
13		41	48		38	28		43	5		24	38		44	7		9	45	47
14		42	49		38	15		44	6		24	24		45	8		9	29	46
15		43	50		38	2		45	7		24	10		46	9		9	14	45
16		44	52		37	48		46	8		23	55		47	10		8	58	44
17		45	53		37	35		47	9		23	41		48	11		8	43	43
18		46	54		37	22		48	11		23	26		49	12		8	27	42
19		47	56		37	8		49	12		23	12		50	13		8	11	41
20		48	57		36	55		50	13		22	57		51	13		7	56	40
21		49	59		36	41		51	14		22	43		52	14		7	40	39
22		51	0		36	28		52	15		22	28		53	15		7	25	38
23		52	1		36	14		53	16		22	14		54	16		7	9	37
24		53	3		36	1		54	17		21	59		55	17		6	53	36
25		54	4		35	47		55	19		21	45		56	18		6	38	35
26		55	5		35	34		56	20		21	30		57	19		6	22	34
27		56	7		35	20		57	21		21	16		58	19		6	7	33
28		57	8		35	7		58	22		21	1		59	20		5	51	32
29		58	10		34	53		59	23		20	46	15	0	21		5	35	31
30		59	11		34	40	14	0	24		20	32		1	22		5	20	30
31	13	0	12		34	26		1	25		20	17		2	23		5	4	29
32		1	14		34	12		2	26		20	2		3	24		4	48	28
33		2	15		33	59		3	27		19	47		4	25		4	32	27
34		3	16		33	45		4	28		19	33		5	25		4	16	26
35		4	18		33	31		5	30		19	18		6	26		4	1	25
36		5	19		33	18		6	31		19	3		7	27		3	45	24
37		6	20		33	4		7	32		18	48		8	28		3	29	23
38		7	21		32	50		8	33		18	33		9	29		3	13	22
39		8	23		32	36		9	34		18	19		10	29		2	57	21
40		9	24		32	23		10	35		18	4		11	30		2	41	20
41		10	25		32	9		11	36		17	49		12	31		2	25	19
42		11	27		31	55		12	37		17	34		13	32		2	9	18
43		12	28		31	41		13	38		17	19		14	3[illegible]		1	54	17
44		13	29		31	28		14	39		17	5		15	33		1	38	16
45		14	31		31	14		15	40		16	50		16	34		1	22	15
46		15	32		31	0		16	41		16	35		17	35		1	6	14
47		16	33		30	46		17	42		16	20		18	36		0	50	13
48		17	34		30	32		18	43		16	5		19	36		0	34	12
49		18	36		30	18		19	44		15	50		20	37		0	17	11
50		19	37		30	4		20	45		15	35		21	38		0	1	10
51		20	38		29	50		21	46		15	19		22	38	57	59	45	9
52		21	39		29	36		22	47		15	4		[illegible]3	39		59	29	8
53		22	41		29	22		23	48		14	49		24	40		59	13	7
54		23	42		29	8		24	49		14	34		25	41		58	57	6
55		24	43		28	54		25	50		14	19		26	41		58	41	5
56		25	44		28	40		26	51		14	4		27	42		58	24	4
57		26	46		28	26		27	52		13	49		28	43		58	8	3
58		27	47		28	12		28	53		13	34		29	44		57	52	2
59		28	48		27	58		29	54		13	19		30	44		57	36	1

m. arcuū.	grad. 15			74			16			73			17			72 arcuū.			m. arcuū.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	
0	15	31	45	57	57	20	16	32	18	57	40	33	17	32	32	57	22	42	60
1		32	46		57	4		33	18		40	15		33	32		22	23	59
2		33	46		56	47		34	18		39	58		34	32		22	5	58
3		34	47		56	31		35	19		39	40		35	32		21	46	57
4		35	48		56	14		36	19		39	23		36	32		21	28	56
5		36	48		55	58		37	19		39	5		37	33		21	9	55
6		37	49		55	42		38	20		38	48		38	33		20	51	54
7		38	49		55	25		39	20		38	30		39	33		20	32	53
8		39	50		55	9		40	21		38	13		40	33		20	14	52
9		40	51		54	52		41	21		37	55		41	33		19	55	51
10		41	51		54	36		42	21		37	38		42	33		19	37	50
11		42	52		54	20		43	22		37	21		43	33		19	18	49
12		43	53		54	3		44	22		37	3		44	33		19	0	48
13		44	53		53	47		45	22		36	46		45	33		18	41	47
14		45	54		53	30		46	23		36	28		46	33		18	23	46
15		46	55		53	14		47	23		36	11		47	33		18	4	45
16		47	55		52	58		48	23		35	53		48	33		17	46	44
17		48	56		52	41		49	24		35	35		49	33		17	27	43
18		49	56		52	24		50	24		35	18		50	33		17	8	42
19		50	57		52	8		51	24		35	0		51	33		16	49	41
20		51	58		51	51		52	24		34	42		52	33		16	30	40
21		52	58		51	34		53	25		34	25		53	33		16	12	39
22		53	59		51	18		54	25		34	7		54	33		15	53	38
23		54	59		51	1		55	25		33	49		55	33		15	34	37
24		56	0		50	44		56	26		33	31		56	33		15	15	36
25		57	1		50	28		57	26		33	14		57	33		14	57	35
26		58	1		50	11		58	26		32	56		58	33		14	38	34
27		59	2		49	54		59	26		32	38		59	33		14	19	33
28	16	0	2		49	38	17	0	27		32	20	18	0	33		14	0	32
29		1	3		49	21		1	27		32	3		1	33		13	42	31
30		2	3		49	4		2	27		31	45		2	32		13	23	30
31		3	4		48	47		3	28		31	27		3	32		13	4	29
32		4	5		48	30		4	28		31	9		4	32		12	45	28
33		5	5		48	13		5	28		30	51		5	32		12	26	27
34		6	6		47	56		6	28		30	33		6	32		12	7	26
35		7	6		47	40		7	28		30	15		7	32		11	48	25
36		8	7		47	23		8	29		29	57		8	32		11	29	24
37		9	7		47	6		9	29		29	39		9	32		11	10	23
38		10	8		46	49		10	29		29	21		10	31		10	51	22
39		11	8		46	32		11	29		29	3		11	31		10	32	21
40		12	9		46	15		12	29		28	45		12	31		10	13	20
41		13	9		45	58		13	30		28	27		13	31		9	54	19
42		14	10		45	41		14	30		28	9		14	31		9	35	18
43		15	10		45	24		15	30		27	51		15	31		9	16	17
44		16	11		45	7		16	30		27	33		16	31		8	57	16
45		17	11		44	50		17	30		27	15		17	31		8	38	15
46		18	12		44	33		18	31		26	57		18	30		8	18	14
47		19	12		44	16		19	31		26	39		19	30		7	59	13
48		20	12		43	59		20	31		26	21		20	30		7	40	12
49		21	13		43	42		21	31		26	2		21	30		7	21	11
50		22	13		43	24		22	31		25	44		22	30		7	1	10
51		23	14		43	7		23	31		25	26		23	29		6	42	9
52		24	14		42	50		24	31		25	8		24	29		6	23	8
53		25	15		42	23		25	31		24	50		25	29		6	3	7
54		26	15		42	16		26	32		24	31		26	29		5	44	6
55		27	15		41	58		27	32		24	13		27	29		5	25	5
56		28	16		41	41		28	32		23	55		28	28		5	6	4
57		29	16		41	24		29	32		23	37		29	28		4	46	3
58		30	17		41	7		30	32		23	18		30	28		4	27	2
59		31	17		40	50		31	32		23	0		31	28		4	8	1

arcus	grad. 18			71			19			70			20			69 arcuũ.			arcus
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
m.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	m.
0	18	32	28	57	3	48	19	32	3	56	43	52	20	31	16	56	22	54	60
1		33	27		3	29		33	2		43	31		32	15		22	32	59
2		34	27		3	9		34	1		43	11		33	14		22	10	58
3		35	27		2	50		35	1		42	50		34	13		21	49	57
4		36	27		2	30		36	0		42	30		35	12		21	27	56
5		37	26		2	11		37	0		42	9		36	11		21	6	55
6		38	26		1	51		37	59		41	48		37	10		20	44	54
7		39	26		1	31		38	58		41	28		38	9		20	22	53
8		40	25		1	12		39	58		41	7		39	8		20	1	52
9		41	25		0	52		40	57		40	47		40	7		19	39	51
10		42	25		0	33		41	56		40	26		41	6		19	17	50
11		43	25		0	13		42	56		40	6		42	5		18	56	49
12		44	24	56	59	54		43	55		39	45		43	4		18	34	48
13		45	24		59	34		44	54		39	24		44	3		18	13	47
14		46	24		59	15		45	54		39	4		45	2		17	51	46
15		47	23		58	55		46	53		38	43		46	1		17	29	45
16		48	23		58	35		47	52		38	22		47	0		17	8	44
17		49	23		58	15		48	52		38	2		47	59		16	46	43
18		50	22		57	56		49	51		37	41		48	58		16	24	42
19		51	22		57	36		50	50		37	20		49	57		16	2	41
20		52	22		57	16		51	50		36	59		50	56		15	40	40
21		53	21		56	56		52	49		36	38		51	55		15	18	39
22		54	21		56	36		53	48		36	17		52	54		14	56	38
23		55	20		56	17		54	47		35	57		53	53		14	34	37
24		56	20		55	57		55	47		35	36		54	51		14	13	36
25		57	20		55	37		56	46		35	15		55	50		13	51	35
26		58	19		55	17		57	45		34	54		56	49		13	29	34
27		59	19		54	57		58	44		34	33		57	48		13	7	33
28	19	0	19		54	38		59	44		34	12		58	47		12	45	32
29		1	18		54	18	20	0	43		33	51		59	46		12	23	31
30		2	18		53	58		1	42		33	31	21	0	45		12	1	30
31		3	17		53	38		2	41		33	9		1	44		11	39	29
32		4	17		53	18		3	40		32	48		2	42		11	17	28
33		5	16		52	58		4	40		32	27		3	41		10	55	27
34		6	16		52	38		5	39		32	6		4	40		10	33	26
35		7	15		52	18		6	38		31	45		5	39		10	11	25
36		8	15		51	58		7	37		31	24		6	38		9	48	24
37		9	15		51	38		8	37		31	3		7	36		9	26	23
38		10	14		51	17		9	36		30	42		8	35		9	4	22
39		11	14		50	57		10	35		30	21		9	34		8	42	21
40		12	13		50	37		11	34		30	0		10	33		8	20	20
41		13	13		50	17		12	33		29	38		11	32		7	58	19
42		14	12		49	57		13	32		29	17		12	30		7	36	18
43		15	12		49	37		14	32		28	50		13	29		7	13	17
44		16	11		49	17		15	31		28	35		14	28		6	51	16
45		17	11		48	57		16	30		28	14		15	27		6	29	15
46		18	10		48	37		17	29		27	53		16	26		6	7	14
47		19	10		48	16		18	28		27	31		17	24		5	44	13
48		20	9		47	56		19	27		27	10		18	23		5	22	12
49		21	9		47	36		20	26		26	49		19	22		5	0	11
50		22	8		47	15		21	26		26	27		20	20		4	37	10
51		23	8		46	55		22	25		26	6		21	19		4	15	9
52		24	7		46	35		23	24		25	45		22	18		3	52	8
53		25	7		46	14		24	23		25	23		23	16		3	30	7
54		26	6		45	54		25	22		25	2		24	15		3	8	6
55		27	5		45	34		26	21		24	40		25	14		2	45	5
56		28	5		45	13		27	20		24	19		26	13		2	23	4
57		29	4		44	53		28	19		23	58		27	11		2	1	3
58		30	4		44	33		29	18		23	36		28	10		1	38	2
59		31	3		44	12		30	17		23	15		29	8		1	16	1

m. arcuū	grad. 21			68			22			67			23			66 arcuū.			m. arcu.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	21	30	7	56	0	53	22	28	35	55	37	52	23	26	38	55	13	49	60
1		31	6		0	31		29	33		37	28		27	36		13	24	59
2		32	5		0	8		30	31		37	4		28	33		13	0	58
3		33	3	55	59	45		31	30		36	41		29	31		12	35	57
4		34	2		59	23		32	28		36	17		30	29		12	10	56
5		35	0		59	0		33	26		35	53		31	27		11	46	55
6		35	59		58	38		34	24		35	30		32	25		11	21	54
7		36	58		58	15		35	22		35	6		33	22		10	56	53
8		37	56		57	52		36	21		34	42		34	20		10	32	52
9		38	55		57	30		37	19		34	19		35	18		10	7	51
10		39	54		57	7		38	17		33	55		36	16		9	42	50
11		40	52		56	44		39	15		33	31		37	14		9	18	49
12		41	51		56	22		40	13		33	8		38	11		8	53	48
13		42	49		55	59		41	12		32	44		39	9		8	28	47
14		43	48		55	36		42	10		32	20		40	7		8	4	46
15		44	47		55	14		43	8		31	57		41	5		7	39	45
16		45	45		54	51		44	6		31	33		42	2		7	14	44
17		46	44		54	28		45	4		31	9		43	0		6	49	43
18		47	42		54	5		46	2		30	45		43	58		6	24	42
19		48	41		53	42		47	0		30	21		44	55		5	59	41
20		49	39		53	19		47	59		29	57		45	53		5	34	40
21		50	38		52	56		48	57		29	33		46	51		5	9	39
22		51	36		52	33		49	55		29	9		47	48		4	44	38
23		52	35		52	11		50	53		28	46		48	46		4	20	37
24		53	33		51	48		51	51		28	22		49	44		3	55	36
25		54	32		51	25		52	49		27	58		50	41		3	30	35
26		55	30		51	2		53	47		27	34		51	39		3	5	34
27		56	29		50	39		54	45		27	11		52	37		2	40	33
28		57	27		50	16		55	43		26	46		53	35		2	15	32
29		58	26		49	53		56	41		26	22		54	32		1	50	31
30		59	24		49	30		57	39		25	58		55	30		1	25	30
31	22	0	23		49	7		58	38		25	34		56	27		1	0	29
32		1	21		48	44		59	36		25	10		57	25		0	35	28
33		2	19		48	21	23	0	34		24	45		58	22		0	9	27
34		3	18		47	58		1	32		24	21		59	20	54	59	44	26
35		4	16		47	34		2	30		23	57	24	0	18		59	19	25
36		5	15		47	11		3	28		23	33		1	15		58	54	24
37		6	13		46	48		4	26		23	9		2	13		58	29	23
38		7	12		46	25		5	24		22	45		3	10		58	4	22
39		8	10		46	2		6	22		22	20		4	8		57	38	21
40		9	8		45	39		7	20		21	56		5	5		57	13	20
41		10	7		45	15		8	18		21	32		6	3		56	48	19
42		11	5		44	52		9	16		21	8		7	0		56	23	18
43		12	4		44	29		10	14		20	44		7	58		55	58	17
44		13	2		44	6		11	12		20	20		8	56		55	32	16
45		14	0		43	43		12	10		19	55		9	53		55	7	15
46		14	59		43	20		13	7		19	31		10	51		54	42	14
47		15	57		42	56		14	5		19	7		11	48		54	16	13
48		16	55		42	33		15	3		18	42		12	46		53	51	12
49		17	54		42	9		16	1		18	18		13	43		53	26	11
50		18	52		41	46		16	59		17	53		14	41		53	0	10
51		19	50		41	22		17	57		17	29		15	58		52	35	9
52		20	48		40	59		18	55		17	4		16	35		52	9	8
53		21	47		40	36		19	53		16	40		17	34		51	44	7
54		22	45		40	12		20	51		16	16		18	30		51	18	6
55		23	43		39	49		21	48		15	51		19	28		50	53	5
56		24	42		39	25		22	46		15	27		20	25		50	28	4
57		25	40		39	2		23	44		15	2		21	23		50	2	3
58		26	38		38	39		24	42		14	38		22	20		49	37	2
59		27	37		38	15		25	40		14	13		23	17		49	11	1

arcus	grad. 24 Sinus. g.	m.	s.	65 Sinus. g.	m.	s.	25 Sinus. g.	m.	s.	64 Sinus. g.	m.	s.	26 Sinus. g.	m.	s.	63 arcui. Sinus. g.	m.	s.	m. arcui
0	24	24	15	54	48	46	25	21	26	54	22	42	26	18	8	53	55	40	60
1		25	12		48	20		22	22		22	16		19	5		55	13	59
2		26	10		47	54		23	19		21	49		10	1		54	45	58
3		27	7		47	29		24	16		21	22		20	57		54	17	57
4		28	4		47	3		25	13		20	56		21	54		53	49	56
5		29	2		46	37		26	10		20	29		22	50		53	21	55
6		29	59		46	12		27	7		20	2		23	47		52	54	54
7		30	57		45	46		28	4		19	36		24	43		52	26	53
8		31	54		45	20		29	1		19	9		25	40		51	58	52
9		32	51		44	55		29	58		18	42		26	36		51	31	51
10		33	49		44	29		30	54		18	16		27	32		51	3	50
11		34	46		44	3		31	51		17	49		28	29		50	35	49
12		35	43		43	38		32	48		17	22		29	25		50	8	48
13		36	41		43	12		33	45		16	56		30	21		49	40	47
14		37	38		42	46		34	42		16	29		31	18		49	12	46
15		38	35		42	21		35	39		16	2		32	14		48	45	45
16		39	32		41	55		36	36		15	35		33	11		48	17	44
17		40	30		41	29		37	32		15	8		34	7		47	49	43
18		41	27		41	3		38	29		14	42		35	3		47	21	42
19		42	24		40	37		39	26		14	15		36	0		46	53	41
20		43	21		40	11		40	23		13	48		36	56		46	25	40
21		44	19		39	45		41	19		13	21		37	52		45	57	39
22		45	16		39	19		42	16		12	54		38	48		45	29	38
23		46	13		38	53		43	13		12	27		39	45		45	1	37
24		47	10		38	27		44	10		12	0		40	40		44	33	36
25		48	8		38	1		45	7		11	33		41	37		44	5	35
26		49	5		37	35		46	3		11	6		42	34		43	38	34
27		50	2		37	9		47	0		10	39		43	30		43	10	33
28		50	59		36	44		47	57		10	12		44	26		42	42	32
29		51	57		36	18		48	54		9	45		45	23		42	14	31
30		52	54		35	52		49	50		9	18		46	19		41	46	30
31		53	51		35	25		50	47		8	51		47	15		41	18	29
32		54	48		34	59		51	44		8	24		48	11		40	49	28
33		55	45		34	33		52	40		7	57		49	7		40	21	27
34		56	42		34	7		53	37		7	30		50	4		39	53	26
35		57	39		33	41		54	34		7	3		51	0		39	25	25
36		58	36		33	15		55	30		6	36		51	56		38	57	24
37		59	34		32	48		56	27		6	9		52	52		38	29	23
38	25	0	31		32	22		57	24		5	42		53	48		38	1	22
39		1	28		31	56		58	20		5	14		54	44		37	32	21
40		2	25		31	30		59	17		4	47		55	41		37	4	20
41		3	22		31	4	26	0	14		4	20		56	37		36	36	19
42		4	19		30	37		1	10		3	53		57	33		36	8	18
43		5	16		30	11		2	7		3	26		58	29		35	40	17
44		6	13		29	45		3	4		2	59		59	25		35	12	16
45		7	11		29	19		4	0		2	31	27	0	21		34	43	15
46		8	8		28	53		4	57		2	4		1	17		34	15	14
47		9	5		28	26		5	53		1	37		2	13		33	47	13
48		10	2		28	0		6	50		1	9		3	9		33	18	12
49		10	59		27	33		7	46		0	42		4	5		32	50	11
50		11	56		27	7		8	43		0	14		5	2		32	21	10
51		12	53		26	40		9	39	53	59	47		5	58		31	53	9
52		13	50		26	14		10	36		59	20		6	54		31	25	8
53		14	47		25	47		11	32		58	52		7	50		30	56	7
54		15	44		25	21		12	29		58	25		8	46		30	28	6
55		16	41		24	55		13	25		57	57		9	42		29	59	5
56		17	38		24	28		14	22		57	30		10	38		29	31	4
57		18	35		24	2		15	19		57	3		11	34		29	3	3
58		19	32		23	35		16	15		56	35		12	30		28	34	2
59		20	29		23	9		17	12		56	8		13	26		28	6	1

m. arcu.	grad. 27			62			28			61			29			60 arcuū.			m. arcu.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	27	14	22	53	27	37	28	10	6	52	58	37	29	5	19	52	28	58	60
1		15	18		27	9		11	1		58	7		6	14		28	7	59
2		16	14		26	40		11	57		57	37		7	9		27	37	58
3		17	10		16	12		12	52		57	8		8	4		27	6	57
4		18	6		25	43		13	48		56	38		8	38		26	35	56
5		19	2		25	14		14	43		56	9		9	53		26	5	55
6		19	57		24	46		15	38		55	39		10	48		25	34	54
7		20	53		24	17		16	34		55	9		11	43		25	4	53
8		21	49		23	48		17	29		54	40		12	38		24	33	52
9		22	45		23	20		18	25		54	10		13	33		24	3	51
10		23	41		22	51		19	20		53	40		14	28		23	32	50
11		24	37		22	22		20	15		53	11		15	23		23	1	49
12		25	33		21	54		21	11		52	41		16	17		22	31	48
13		26	29		21	25		22	6		52	12		17	12		22	0	47
14		27	25		20	56		23	2		51	42		18	7		21	30	46
15		28	21		20	28		23	57		51	12		19	2		20	59	45
16		29	16		19	59		24	52		50	42		19	57		20	28	44
17		30	12		19	30		25	48		50	13		20	52		19	57	43
18		31	8		19	1		26	43		49	43		21	47		19	27	42
19		32	4		18	32		27	38		49	13		22	41		18	58	41
20		33	0		18	3		28	33		48	43		23	36		18	25	40
21		33	55		17	34		29	29		48	13		24	31		17	54	39
22		34	51		17	5		30	24		47	43		25	26		17	23	38
23		35	47		16	37		31	19		47	14		26	20		16	53	37
24		36	43		16	8		32	15		46	44		27	15		16	22	36
25		37	39		15	39		33	10		46	14		28	10		15	51	33
26		38	34		15	10		34	5		45	44		29	5		15	20	34
27		39	30		14	41		35	0		45	14		29	59		14	49	33
28		40	26		14	12		35	56		44	44		30	54		14	18	32
29		41	22		13	49		36	51		44	14		31	49		13	48	31
30		42	18		13	14		37	46		43	45		32	43		13	17	30
31		43	13		12	45		38	41		43	14		33	38		12	46	29
32		44	9		12	16		39	37		42	44		34	33		12	15	28
33		45	5		11	47		40	32		42	14		35	27		11	44	27
34		46	0		11	18		41	27		41	44		36	22		11	13	26
35		46	56		10	49		42	22		41	14		37	17		10	42	25
36		47	52		10	20		43	17		40	44		38	11		10	11	24
37		48	47		9	50		44	12		40	14		39	6		9	39	23
38		49	43		9	21		45	8		39	44		40	0		9	8	22
39		50	39		8	52		46	3		39	14		40	55		8	37	21
40		51	34		8	23		46	58		38	44		41	50		8	6	20
42		52	30		7	54		47	53		38	13		42	44		7	35	19
42		53	26		7	25		48	48		37	43		43	39		7	4	18
43		54	21		6	56		49	43		37	13		44	34		6	33	17
44		55	17		6	26		50	38		36	43		45	28		6	2	16
45		56	13		5	57		51	34		36	13		46	23		5	31	15
46		57	8		5	28		52	29		35	43		47	17		5	0	14
47		58	4		4	59		53	24		35	12		48	12		4	28	13
48		58	59		4	29		54	19		34	42		49	6		3	57	12
49		59	55		4	0		55	14		34	12		50	1		3	26	11
50	28	0	50		3	31		56	9		33	41		50	55		2	54	10
51		1	46		3	1		57	4		33	11		51	50		2	23	9
52		2	41		2	32		57	59		32	41		52	44		1	52	8
53		3	37		2	2		58	54		32	10		53	39		1	21	7
54		4	33		1	33		59	49		31	40		54	33		0	49	6
55		5	28		1	4	29	0	44		31	10		55	28		0	18	5
56		6	24		0	34		1	39		30	39		56	22	51	59	47	4
57		7	19		0	5		2	34		30	9		57	17		59	15	3
58		8	15	52	39	35		3	29		29	39		58	11		58	44	2
59		9	10		39	6		4	24		29	8		59	6		58	13	1

m. arcus	grad. 30			59			31			58			32			57 arcus.			m. arcus
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	
0	30	0	0	51	57	41	30	54	8	51	25	48	31	47	43	50	52	58	60
1		0	54		57	10		55	2		25	16		48	36		52	25	59
2		1	49		56	38		55	56		24	43		49	29		51	51	58
3		2	43		56	7		56	50		24	11		50	22		51	18	57
4		3	37		55	35		57	43		23	38		51	15		50	45	56
5		4	32		55	4		58	37		23	6		52	9		50	11	55
6		5	26		54	32		59	31		22	33		53	2		49	38	54
7		6	20		54	1	31	0	25		22	1		53	55		49	4	53
8		7	14		53	29		1	18		21	28		54	48		48	31	52
9		8	9		52	58		2	12		20	56		55	42		47	58	51
10		9	3		52	26		3	6		20	23		56	35		47	24	50
11		9	58		51	55		4	0		19	51		57	28		46	51	49
12		10	52		51	23		4	54		19	18		58	21		46	17	48
13		11	47		50	52		5	47		18	46		59	14		45	44	47
14		12	41		50	20		6	41		18	13	32	0	8		45	11	46
15		13	35		49	48		7	35		17	41		1	1		44	37	45
16		14	29		49	17		8	28		17	8		1	54		44	4	44
17		15	24		48	45		9	22		16	36		2	47		43	30	43
18		16	18		48	13		10	16		16	3		3	40		42	56	42
19		17	12		47	41		11	10		15	30		4	33		42	23	41
20		18	6		47	10		12	3		14	57		5	26		41	49	40
21		19	0		46	38		12	57		14	25		6	19		41	15	39
22		19	55		46	6		13	51		13	52		7	12		40	42	38
23		20	49		45	34		14	45		13	19		8	5		40	8	37
24		21	43		45	3		15	38		12	47		8	58		39	34	36
25		22	37		44	31		16	32		12	14		9	51		39	1	35
26		23	31		43	59		17	25		11	41		10	44		38	27	34
27		24	26		43	27		18	19		11	8		11	38		37	54	33
28		25	20		42	55		19	12		10	36		12	31		37	20	32
29		26	14		42	24		20	26		10	3		13	24		36	46	31
30		27	8		41	52		21	0		9	30		14	17		36	13	30
31		28	2		41	20		21	53		8	57		15	10		35	39	29
32		28	57		40	48		22	47		8	24		16	3		35	5	28
33		29	51		40	16		23	40		7	51		16	56		34	31	27
34		30	45		39	44		24	34		7	19		17	48		33	57	26
35		31	39		39	12		25	27		6	46		18	41		33	23	25
36		32	33		38	40		26	21		6	13		19	34		32	49	24
37		33	27		38	8		27	14		5	40		20	27		32	16	23
38		34	21		37	36		28	8		5	7		21	20		31	42	22
39		35	15		37	4		29	1		4	34		22	13		31	8	21
40		36	9		36	32		29	55		4	1		23	7		30	34	20
41		37	3		36	0		30	48		3	28		23	59		30	0	19
42		37	57		35	28		31	42		2	55		24	52		29	26	18
43		38	51		34	56		32	35		2	22		25	45		28	52	17
44		39	45		34	24		33	29		1	49		26	38		28	18	16
45		40	39		33	52		34	22		1	16		27	30		27	44	15
46		41	33		33	20		35	16		0	43		28	23		27	10	14
47		42	27		32	47		36	9		0	10		29	16		26	36	13
48		43	21		32	15		37	2	50	59	37		30	9		26	2	12
49		44	15		31	43		37	56		59	3		31	2		25	28	11
50		45	9		31	11		38	49		58	30		31	54		24	54	10
51		46	3		30	38		39	42		57	57		32	47		24	20	9
52		46	57		30	6		40	36		57	24		33	40		23	46	8
53		47	51		29	34		41	29		56	51		34	33		23	12	7
54		48	45		29	2		42	22		56	17		35	25		22	38	6
55		49	39		28	29		43	16		55	44		36	18		22	3	5
56		50	33		27	57		44	9		55	11		37	11		21	29	4
57		51	26		27	25		45	2		54	38		38	4		20	55	3
58		52	20		26	53		45	56		54	5		38	56		20	21	2
59		53	14		26	20		46	49		53	32		39	49		19	47	1

m. arcu.	grad. 33			56			34			55			35			54 arcuũ.			m. arcu.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	
0	32	40	42	50	19	13	33	33	6	49	44	32	34	24	53	49	8	57	60
1		41	36		18	38		33	58		43	56		25	44		8	21	59
2		42	27		18	4		34	50		43	22		26	35		7	45	58
3		43	20		17	30		35	42		42	46		27	27		7	8	57
4		44	12		16	55		36	34		42	11		28	18		6	32	56
5		45	5		16	21		37	26		41	36		29	9		5	56	55
6		45	58		15	47		38	18		41	1		30	1		5	20	54
7		46	50		15	12		39	10		40	25		30	52		4	44	53
8.		47	43		14	38		40	2		39	58		31	44		4	8	52
9		48	36		14	4		40	54		39	15		32	35		3	31	51
10		49	28		13	29		41	46		38	40		33	26		2	55	50
11		50	21		12	55		42	38		38	4		34	19		2	19	49
12		51	13		12	21		43	30		37	29		35	9		1	43	48
13		52	6		11	46		44	22		36	54		36	0		1	7	47
14		52	58		11	12		45	14		36	19		36	52		0	31	46
15		53	51		10	38		46	6		35	43		37	43	48	59	55	45
16		54	44		10	3		46	58		35	8		38	35		59	18	44
17		55	36		9	29		47	50		34	32		39	26		58	42	43
18		56	29		8	54		48	41		33	57		40	17		58	5	42
19		57	21		8	20		49	33		33	21		41	8		57	29	41
20		58	14		7	45		50	25		32	46		42	0		56	53	40
21		59	6		7	10		51	17		32	11		42	51		56	16	39
22		59	59		6	36		52	8		31	35		43	42		55	40	38
23	33	0	51		6	1		53	1		31	0		44	33		55	4	37
24		1	44		5	27		53	53		30	24		45	24		54	27	36
25		2	36		4	52		54	45		29	50		46	16		53	51	35
26		3	28		4	18		55	36		29	13		47	7		53	14	34
27		4	21		3	43		56	28		28	38		47	58		52	38	33
28		5	13		3	8		57	20		28	2		48	49		52	2	32
29		6	6		2	34		58	12		27	27		49	41		51	25	31
30		6	58		1	59		59	4		26	51		50	32		50	49	30
31		7	51		1	25		59	55		26	16		51	23		50	12	29
32		8	43		0	50	34	0	47		25	40		52	14		49	36	28
33		9	35		0	15		1	38		25	4		53	5		48	59	27
34		10	28	49	59	40		2	31		24	28		53	56		48	23	26
35		11	20		59	5		3	22		23	53		54	47		47	46	25
36		12	12		58	31		4	14		23	17		55	38		47	9	24
37		13	5		57	56		5	6		22	41		56	29		46	33	23
38		13	57		57	21		5	57		22	6		57	20		45	56	22
39		14	49		56	46		6	49		21	30		58	11		45	20	21
40		15	42		56	11		7	41		20	54		59	3		44	43	20
41		16	34		55	37		8	32		20	19		59	54		44	6	19
42		17	26		55	2		9	24		19	43	35	0	45		43	30	18
43		18	18		54	27		10	15		19	7		1	36		42	53	17
44		19	11		53	52		11	7		18	31		2	27		42	17	16
45		20	3		53	17		11	59		17	56		3	18		41	40	15
46		20	55		52	42		12	51		17	20		4	9		41	3	14
47		21	47		52	7		13	42		16	44		5	0		40	26	13
48		22	40		51	32		14	34		16	8		5	51		39	50	12
49		23	32		50	57		15	25		15	32		6	42		39	13	11
50		24	24		50	22		16	17		14	56		7	32		38	36	10
51		25	16		49	47		17	8		14	20		8	23		37	59	9
52		26	8		49	12		18	0		13	44		9	14		37	22	8
53		27	0		48	37		18	52		13	8		10	5		36	45	7
54		27	53		48	2		19	43		12	32		10	56		36	9	6
55		28	45		47	27		20	35		11	56		11	47		35	32	5
56		29	37		46	52		21	26		11	20		12	38		34	55	4
57		30	29		46	17		22	18		10	45		13	29		34	18	3
58		32	21		45	42		23	9		10	9		14	20		33	42	2
59		32	13		45	7		24	1		9	33		15	11		33	5	1

m. arcuū	grad. 36			53			37			52			38			51 arcuū.			m. arcuū
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m	2.	g	m.	2.	
0	35	16	2	48	32	28	36	6	32	47	55	5	36	56	23	47	16	50	60
1		16	52		31	51		7	22		54	27		57	12		16	11	59
2		17	43		31	14		8	12		53	49		58	2		15	32	58
3		18	34		30	37		9	2		53	12		58	51		14	54	57
4		19	25		30	0		9	52		52	34		59	41		14	15	56
5		20	15		29	23		10	42		51	56	37	0	30		13	36	55
6		21	6		28	45		11	33		51	18		1	19		12	57	54
7		21	57		18	8		12	23		50	40		2	9		12	19	53
8		22	48		27	31		13	13		50	2		2	58		11	40	52
9		23	38		26	54		14	3		49	24		3	48		11	1	51
10		24	29		26	17		14	52		48	46		4	37		10	22	50
11		25	20		25	40		15	43		48	8		5	27		9	44	49
12		26	11		23	3		16	33		47	30		6	16		9	5	48
13		27	2		24	26		17	23		46	52		7	5		8	26	47
14		27	52		23	49		18	13		46	14		7	55		7	47	46
15		28	43		23	12		19	4		45	36		8	44		7	8	45
16		29	33		22	35		19	53		44	58		9	33		6	29	44
17		30	24		21	58		20	43		44	20		10	23		5	50	43
18		31	15		21	20		21	33		43	42		11	12		5	11	42
19		32	5		20	43		22	23		43	4		12	1		4	32	41
20		32	56		20	6		23	13		42	26		12	50		3	53	40
21		33	46		19	28		24	3		41	48		13	40		3	14	39
22		34	37		18	51		24	53		41	10		14	29		2	35	38
23		35	28		18	14		25	41		40	32		15	18		1	56	37
24		36	18		17	37		26	33		39	53		16	7		1	17	36
25		37	9		16	59		27	23		39	15		16	57		0	38	35
26		37	59		16	22		28	13		38	37		17	46	46	59	59	34
27		38	50		15	45		29	3		37	59		18	35		59	20	33
28		39	40		15	8		29	53		37	21		19	24		58	41	32
29		40	31		14	30		30	43		36	43		20	14		58	2	31
30		41	22		13	53		31	32		36	4		21	3		57	23	30
31		42	12		13	16		32	22		35	26		21	52		56	44	29
32		43	3		12	38		33	12		34	47		22	41		56	5	28
33		43	53		12	1		34	2		34	9		23	30		55	25	27
34		44	43		11	23		34	51		33	31		24	19		54	46	26
35		45	34		10	46		35	41		32	52		25	9		54	7	25
36		46	24		10	8		36	31		32	14		25	58		53	28	24
37		47	15		9	31		37	21		31	36		26	47		52	49	23
38		48	5		8	53		38	11		30	57		27	36		52	9	22
39		48	56		8	16		39	0		30	19		28	25		51	30	21
40		49	46		7	38		39	50		29	41		29	14		50	51	20
41		50	36		7	1		40	40		29	2		30	3		50	12	19
42		51	27		6	23		41	30		28	24		30	52		49	33	18
43		52	17		5	46		42	19		27	40		31	41		48	53	17
44		53	8		5	8		43	9		27	7		32	30		48	14	16
45		53	58		4	31		43	59		26	29		33	19		47	35	15
46		54	48		3	53		44	48		25	50		34	8		46	55	14
47		55	39		3	15		45	38		25	12		34	57		46	16	13
48		56	29		2	38		46	28		24	33		35	46		45	37	12
49		57	19		2	0		47	17		23	55		36	35		44	57	11
50		58	9		1	22		48	7		23	16		37	24		44	18	10
51		59	0		0	44		48	56		22	38		38	13		43	39	9
52		59	50		0	7		49	46		21	59		39	2		42	59	8
53	36	0	40	47	59	29		50	36		21	20		39	51		42	20	7
54		1	30		58	51		51	25		20	42		40	40		41	41	6
55		2	21		58	14		52	15		20	3		41	29		41	1	5
56		3	11		57	36		53	4		19	25		42	17		40	22	4
57		4	1		56	58		53	54		18	46		43	6		39	42	3
58		4	52		56	21		54	44		18	8		43	55		39	3	2
59		5	42		55	43		55	33		17	29		44	44		38	23	1

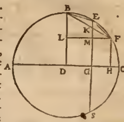
m. arcuū.	grad. 39			50			40			49			41			48 arcuū.			m. arcu.
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	m.
0	37	45	33	46	37	44	38	34	2	45	57	46	39	21	49	45	16	57	60
1		46	22		37	4		34	50		57	5		22	36		16	16	59
2		47	11		36	25		35	38		56	25		23	23		15	35	58
3		47	59		36	45		36	26		55	44		24	11		14	53	57
4		48	48		35	6		37	14		55	4		24	58		14	12	56
5		49	37		34	26		38	2		54	23		25	45		13	31	55
6		50	26		33	47		38	50		53	43		26	33		12	49	54
7		51	14		33	7		39	38		53	2		27	20		12	8	53
8		52	3		32	27		40	26		52	22		28	7		11	27	52
9		52	52		31	48		41	15		51	41		28	55		10	45	51
10		53	41		31	8		42	3		51	1		29	42		10	4	50
11		54	29		30	28		42	51		50	20		30	29		9	23	49
12		55	18		29	48		43	39		49	40		31	17		8	41	48
13		56	7		29	9		44	27		48	59		32	4		8	0	47
14		56	56		28	29		45	15		48	19		32	51		7	19	46
15		57	44		27	49		46	3		47	38		33	39		6	37	45
16		58	33		27	9		46	51		46	57		34	26		5	56	44
17		59	21		26	29		47	39		46	17		35	13		5	14	43
18	38	0	10		25	50		48	26		45	36		36	0		4	33	42
19		0	59		25	10		49	14		44	55		36	47		3	51	41
20		1	47		24	30		50	2		44	15		37	34		3	10	40
21		2	36		23	50		50	50		43	34		38	22		2	28	39
22		3	24		23	10		51	38		42	53		39	9		1	47	38
23		4	13		22	30		52	26		42	13		39	56		1	5	37
24		5	1		21	51		53	14		41	32		40	43		0	24	36
25		5	50		21	11		54	1		40	51		41	30	44	59	42	35
26		6	39		20	31		54	49		40	11		42	17		59	1	34
27		7	27		19	51		55	37		39	30		43	4		58	19	33
28		8	16		19	11		56	25		38	49		43	52		57	38	32
29		9	4		18	31		57	13		38	9		44	39		56	56	31
30		9	53		17	51		58	1		37	28		45	26		56	14	30
31		10	41		17	11		58	48		36	47		46	13		55	33	29
32		11	30		16	31		59	36		36	6		46	50		54	51	28
33		12	18		15	51	39	0	24		35	25		47	47		54	9	27
34		13	6		15	11		1	12		34	44		48	34		53	28	26
35		13	55		14	31		1	59		34	4		49	21		52	46	25
36		14	43		13	51		2	47		33	23		50	8		52	4	24
37		15	31		13	11		3	35		32	42		50	55		51	22	23
38		16	20		12	30		4	22		32	1		51	41		50	41	22
39		17	8		11	50		5	9		31	20		52	29		49	59	21
40		17	57		11	10		5	58		30	39		53	16		49	17	20
41		18	45		10	30		6	45		29	58		54	3		48	35	19
42		19	34		9	50		7	33		29	17		54	50		47	54	18
43		20	22		9	10		8	21		28	36		55	36		47	12	17
44		21	10		8	30		9	8		27	55		56	23		46	30	16
45		21	59		7	50		9	56		27	14		57	10		45	48	15
46		22	47		7	10		10	44		26	33		57	57		45	6	14
47		23	35		6	30		11	31		25	52		58	44		44	24	13
48		24	24		5	50		12	19		25	11		59	31		43	41	12
49		25	12		5	9		13	6		24	30	40	0	18		43	0	11
50		26	0		4	29		13	54		23	48		1	4		42	19	10
51		26	48		3	49		14	41		23	7		1	51		41	37	9
52		27	36		3	8		15	29		22	26		2	38		40	55	8
53		28	25		2	28		16	16		21	45		3	25		40	13	7
54		29	13		1	48		17	4		21	4		4	11		39	31	6
55		30	1		1	7		17	51		20	23		4	58		38	49	5
56		30	49		0	27		18	39		19	42		5	45		38	7	4
57		31	37	45	59	47		19	26		19	0		6	32		37	25	3
58		32	26		59	6		20	14		18	19		7	19		36	43	2
59		33	14		58	26		21	1		17	38		8	5		36	1	1

m. arcus	grad. 42			47			43			46			44			45 arcus.			m. arcus
	Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			Sinus.			
	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	
0	40	8	52	44	35	19	40	55	12	43	52	52	41	40	46	43	9	37	60
1		9	39		34	37		55	57		52	10		41	31		8	54	59
2		10	25		33	55		56	43		51	27		42	16		8	10	58
3		11	12		33	13		57	29		50	44		43	1		7	26	57
4		11	59		32	30		58	15		50	1		43	47		6	43	56
5		12	45		31	48		59	1		49	18		44	32		5	59	55
6		13	32		31	6		59	47		48	35		45	17		5	15	54
7		14	18		30	24	41	0	33		47	52		46	2		4	31	53
8		15	5		29	42		1	19		47	9		46	47		3	48	52
9		15	52		29	0		2	4		46	26		47	32		3	4	51
10		16	38		28	18		2	50		45	43		48	17		2	20	50
11		17	25		27	36		3	36		45	0		49	2		1	36	49
12		18	11		26	53		4	22		44	17		49	47		0	53	48
13		18	58		26	11		5	8		43	34		50	32	43	0	9	47
14		19	45		25	29		5	54		42	51		51	18	42	59	25	46
15		20	31		24	47		6	40		42	8		52	3		58	41	45
16		21	18		24	5		7	25		41	25		52	48		57	57	44
17		22	5		23	23		8	11		40	42		53	32		57	13	43
18		22	50		22	40		8	57		39	59		54	17		56	30	42
19		23	37		21	58		9	42		39	16		55	2		55	46	41
20		24	23		21	16		10	28		38	33		55	47		55	2	40
21		25	10		20	34		11	14		37	50		56	32		54	18	39
22		25	56		19	51		11	59		37	7		57	27		53	34	38
23		26	43		19	9		12	45		36	23		58	2		52	50	37
24		27	29		18	27		13	31		35	40		58	47		52	6	36
25		28	15		17	44		14	16		34	57		59	32		51	22	35
26		29	2		17	2		15	2		34	14	42	0	17		50	38	34
27		29	48		16	20		15	48		33	31		1	2		49	54	33
28		30	35		15	37		16	33		32	47		1	47		49	10	32
29		31	21		14	55		17	19		32	4		2	31		48	26	31
30		32	7		14	12		18	5		31	21		3	16		47	42	30
31		32	54		13	30		18	50		30	38		4	1		46	58	29
32		33	40		12	47		19	36		29	54		4	46		46	14	28
33		34	26		12	5		20	21		29	11		5	30		45	30	27
34		35	12		11	22		21	6		28	28		6	15		44	45	26
35		35	59		10	40		21	52		27	44		7	0		44	1	25
36		36	45		9	57		22	37		27	1		7	44		43	17	24
37		37	31		9	15		23	23		26	18		8	29		42	33	23
38		38	17		8	32		24	8		25	34		9	14		41	49	22
39		39	4		7	50		24	54		24	51		9	58		41	5	21
40		39	50		7	7		25	39		24	8		10	43		40	21	20
41		40	36		6	24		26	25		23	24		11	27		39	37	19
42		41	22		5	42		27	10		22	41		12	12		38	52	18
43		42	8		4	59		27	56		21	58		12	57		38	8	17
44		42	55		4	16		28	41		21	14		13	42		37	24	16
45		43	41		3	34		29	27		20	31		14	27		36	40	15
46		44	27		2	51		30	12		19	47		15	12		35	55	14
47		45	13		2	8		30	57		19	4		15	56		35	11	13
48		45	59		1	26		31	43		18	20		16	41		34	26	12
49		46	45		0	43		32	28		17	37		17	25		33	42	11
50		47	31	44	0	0		33	23		16	53		18	10		32	58	10
51		48	17	43	59	17		33	59		16	9		18	54		32	13	9
52		49	3		58	35		34	44		15	26		19	39		31	29	8
53		49	49		57	52		35	29		14	42		20	23		30	45	7
54		50	36		57	9		36	14		13	59		21	8		30	0	6
55		51	21		56	26		36	59		13	15		21	52		29	16	5
56		52	7		55	44		37	45		12	32		22	37		28	32	4
57		52	53		55	1		38	30		11	48		23	21		27	47	3
58		53	40		54	18		39	16		11	5		24	6		27	3	2
59		54	26		53	35		40	2		20	21		24	50		26	19	1
60														25	35		25	35	0

¶ Nec vero prætereundum est, quod arcubus æqualiter crescentibus, decrescunt sinuum differentiæ, quod ex sequenti lemmate demonstrabimus.

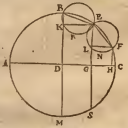
PROPOS. X.

Si à centro circuli educatur diametro perpendicularis radius, atque à puncto sectionis peripheriæ, sumantur æquales arcus, ab iisque demittantur ad diametrum rectæ perpendiculares, segmentorum diametri perpendicularibus inclusorum, quod centro est propius, remotiore maius est.



Esto circulus ABCS, circa centrum D, & diametrum ADC. & ex D excitetur perpendicularis diametro, radius DB, circulum secans in B. puncto. A quo sumantur quotlibet arcus æquales BE, EF. Et à punctis E, F. demittantur perpendiculares ad diametrum, EG, FH. Aio DG maiorem esse GH, ducantur enim rectæ BE, EF, BF. Et per punctum F, recta AC parallelus FL. producta EG, donec oppositam circuli circumferentiam secet in S. Cum igitur arcus quidem AB, sit quadrans, ex hypothesi: AE vero, hoc est per 30 lib. 3 elem. AS quadrante maior, totus BAS semicirculo maior erit. Reliquus igitur BCS, minor. Multóque magis FCS. Angulus igitur BEK, maior est angulo KEF, per vlt. lib. 6 elem. Cumque arcus BE, EF, sint per hypoth. æquales, erunt & rectæ BE, EF, æquales, addatur communis EK. Triangulorum igitur BEK, FEK, duo latera vnius, BE, EK, erunt æqualia duobus lateribus alterius FE, EK. Angulus autem BEK. ab æquis lateribus vnius comprehensus, maior est angulo FEK alterius. Basis igitur BK, maior est basi KF, per 24 lib. 1 elem. Et quoniam in triangulo BFL, recta KM parallelus est lateri LB, erit vt BK ad KF, sic LM ad MF per 2 lib. 6 elem. Maior autem est BK quàm KF, maior ergo LM quàm MF. Hoc est (quia LG, GF parallelogramma sunt) DG maior est quam GH. Quod demonstrandum erat.

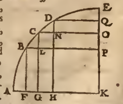
ALITER.



Ex E & F demittantur in rectas BD & EG perpendiculares EK, FL. triãgulisque EBK, ELF circunscribãtur circuli BKER. ELNF. Producatur & BD vsque ad oppositã circuli circunferẽtiam in M. Eruntque circuli BKRE, ELNF. ęquales, propter æqualitatẽ diametrorũ BE, EF. Quoniam igitur arcus ECM. maior est arcu FCS. Erit & angulus EBK, maior angulo FEL. quare per vlt. lib. 6 elem. arcus KRE circuli BKRE. maior erit arcu LNF, circuli ELNF, & recta KE maior quàm LF. (per conuersam additæ à Cãpano ad 28 lib. 3 elem. hoc est DG maior quàm GH. quod demonstrandum fuit.

PROPOS. XI.

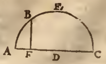
Arcubus æquali se excessu exuperantibus, decrescunt sinuum differentiæ.



Esto circuli quadrãs AEK, radij KA, KE. Sumãturque arcus AB, AC, AD, æqualibus se excessibus BC, CD exuperãtes: sintque eorũ sinus BF, CG, DH. Et deductis ex B, C, & D, ad EK perpendicularibus BLP, CNO, DQ. Differentia sinuũ CG, BF, erit CL, id est OP. Sinuũ vero CG, DH differẽtia, erit DN, hoc est QO. Dico PO maiorẽ esse OQ. Quod ex antecedẽti theoremate statim patet. Nã quia ab arcub' BC, CD ęqualibus, demissæ sunt ad semidiametrũ KE perpẽdiculares BP, CO, DQ. intercipiẽtes segmẽta diametri PO, OQ. Erit per antecedentẽ, segmentũ PO, quod cẽtro propius, remotiore OQ maius. Quare differentia sinuum arcuum AB, AC, erit maior differentia sinuum arcuum AD, AC. Quod demonstrandum fuit.

PROPOS. XII.

Sinus cuiusque arcus, sinus quoque est residui ad semicirculum.

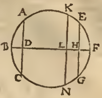


Esto semicirculus ABC, circa diametrum AC, centrumque D. & arcus AE, EC, quadrantes. Arcus autem AB quadrante minor, eiusque sinus BF. Aio eundem & arcus quoque BEC, residui ad semicirculum, fore sinum. Quod patet ex definitione sinus.

PRO-

PROPOS. XIII.

In eodem, vel in æqualibus circulis, arcuum æqualium quadrante minorum, sinus sunt æquales, & contra. Maioris autem arcus, maior sinus est, & contra.



ESro circulus ABCF circa diametrum BDF. in eoque sumantur æquales arcus AB, EF, minores quadrante & à punctis A & E, demittantur perpendiculares ad diametrum, rectæ AD, EH. quæ quidem per definitionem, erunt sinus arcuum AB, EF. Aio igitur ipsas esse æquales. Proferantur enim donec circunferentiæ occurrant in punctis C & G. Eruntque arcus ABC, EFG bifariam diuisi in punctis B, & F, per 30 lib. 3 elem. Totus igitur ABC, duplus erit arcus AB. Et arcus EFG. duplus EF. cumque arcus AB, EF sint æquales, erunt & eorum dupli ABC, EFG, æquales & per 29 lib. 3 elem. rectæ AC, EG erunt æquales, ipsarumque semisses AD, EH.

¶ Nunc autem ponantur rectæ AD, EH. æquales. Aio arcus AB, EF æquales esse adinuicem. Etenim cum ex hypothesi AD, EH, sint æquales, erunt & rectæ AC, EG quæ per 3 lib. 3 ipsarum duplę sunt, æquales. Et per 28 arcus ABC, EFG æquales. Quorum cum per 30 lib. 3 elem. arcus AB, EF sint dimidij, erunt & ipsi pariter æquales.

¶ Ponatur iam arcus KEF maior arcu AB, & ex K, demittatur ad diametrum BF, perpendicularis KL. quę producta, occurrat oppositæ circuli circunferentiæ, in puncto N. Aio sinum KL maiorem esse sinu AD. Nam ex hypothesi & 30 lib. 3 elem. arcus KFN maior erit arcu ABC, & per conuersam additæ à Campano ad 28 lib. 3 elem. recta KN maior erit recta AC, & semissis KL, semisse AD. Hoc est, sinus KL sinu AD.

¶ Denique sit sinus KL maior sinu DA. Assero arcum KEF maiorem esse arcu AB. Nam quia KL maior est quàm AD, erit & KN maior quàm AC. Quare per ea quę adiecit Campanus ad 28 lib. 3 elem. arcus KFN, maior est arcu ABC. & semissis KF, semisse AB.

ALITER.

Esto enim circa diametrum ADC semicirculus ABC, à quo sumantur duo arcus AB, EC æquales. Aio ipsorum sinus, BF EG, fore æquales. Ducantur enim ex centro circuli, quod sit D. rectæ DB, DE. Quoniam igitur arcus AB, EC sunt ex hypothesi æquales, erunt & anguli BDF, EDG per 27 lib. 3 elem. æquales. Sunt autem recti qui ad F, & G, & latera æquis angulis opposita BD, ED æqualia, quare per 26 lib. 1 elem. triangula BDF, EDG erunt æquilatera, Quare sinus BF, EG erunt æquales.

¶ Quod si sinus BF. EG sint ęquales, dico fore & arcus AB, EC æquales. Etenim per 47 lib. 1 elem. Quadratum à BD, æquale erit quadratis à BF, FD. & per eandem, quadratum ab ED æquale erit quadratis ab EG, GD. sunt autem quadrata rectarum BD, DE, æqualia. Ergo duo quadrata ex BF, FD, duobus ex EG, GD. erunt æqualia, subductisque æqualibus quadratis rectarum BF, EG. restabunt quadrata rectarum FD, DG, æqualia, ideóque & rectæ FD, DG, ęquales. Quare triangula DBF, DEG erunt ęquilatera, & per 8 lib. 1 elem. ęquiangula. Angulus igitur BDA æqualis erit angulo EDC. Arcusque AB arcui EC, per 26 lib. 3 elem.

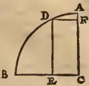
¶ Esto iam arcus HEC maior arcu AB. Aio sinum ipsius, HK, maiorem fore sinu BF. Nam quia arcus HEC, maior est arcu AB, fiat ipsi AB æqualis EC. cuius sinus sit EG. Erit igitur ex prima parte huius, EG ęqualis BF. Per punctum E, ducatur parallelus EI rectæ DC, eritque IK æqualis EG hoc est BF. Quare tota HK, maior est quàm BF.

¶ Ad extremum, ponatur sinus HK maior sinu BF, dico arcum HC, maiorem fore arcu AB. resecetur nanque ex HK æqualis ipsi BF, recta IK. pérque punctum I dncatur parallelus rectæ AC, scilicet IE. & ex E demittatur in AC perpendicularis EG, quæ quidem æqualis erit rectæ IK, Hoc est BF. quare per 2 partem huius, arcus AB, EC erunt æquales. Est autem HEC maior arcu EC. ergo & arcu quoque AB maior erit. Quod d. fuit.

PROPOS. XIIII.

Recta inter sinum arcus, & circuli centrum comprehensa, æqualis est sinui complementi eiusdem arcus.

Esto enim circuli quadrans ABC. In eoque sumatur arcus BD, cuius sinus sit DE. Dico EC æqualem esse sinui complementi arcus BD. Nempe sinui arcus DA. Ex D namque in AC deducatur perpendicularis DF. quæ quidem per definitionem, erit sinus arcus AD. Et rectæ EC æqualis, per fabricam & 34 lib. 1 elem. Cum parallelogrammum sit EDFC.



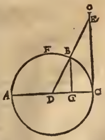
DE ADSCRIPTIS ET HYPOTENVSIS.

AC rectarum quidem circulo inscriptarum, in iis partibus in quibus datus est circuli radius, inueniendarum methodus, per quam confectus canon sinuum, nec non & eiusdem canonis vtendi ratio, ita sunto exposita. Huic autem duos alios canones, à nobis exaratos, quorum non in mentem venit priscis astronomis, maximas ad supputationum astronomicarum compendia opportunitates allaturos, adiungemus. Eorum vnus, est rectarum circulo adscriptarum, quæ perpendiculares diametro, ab ipsius extremitate, angulos in centro subtendunt, lineis à centro extra circulum productis, terminatæ. Alter, est productarum linearum, quæ hypotenusæ appellentur. De quibus iam tempus est agere.

PROPOSITIO XV.

Data circuli diametro, dati arcus adscriptam, & hypotenusam inuenire.

Esto circulus ABC, circa centrum D, & diametrum ADC, datam. Cuius ab extremitate C, excitetur perpendicularis infinita CO. Esto præterea in circuli quadrante, qui sit CF, datus arcus CB. Et ex centro D, per punctum B, ducatur recta DBE. Quæ concurret cum perpendiculari CO, versus O. Quoniam angulo OCD recto posito, & angulo BDC recto minore, (quia arcus CB quadrante minor est,) Bini ECD, EDC sunt minores duobus rectis. Concurrat igitur DB cum recta CO, in E. Eritque ex definitione, arcus BC, adscripta quidem EC, hypotenusa vero, DE. Oportet igitur tam adscriptam CE, quàm hypotenusam ED inuenire in iis partibus in quibus data est circuli diameter. Demittatur ex B perpendicularis in AC, recta BG. Ea per sinuum definitionem erit sin' arcus BC, & GD sinus complementi ipsius, nempe arcus BF, per 14 huius. Cum autem rectæ EC, BG sint eidem DC perpendiculares, erunt paralleli per 28 lib. 1 elem. Triangula igitur EDC, BDG rectangula, sunt æquiangula. vt igitur DG ad GB, sic DC ad CE. Cumque DG, GB sint datorum arcuum FB, BC sinus, dantur per canonem sinuum, ergo eorum ratio datur. Quæ cum eadem sit rationi DC ad CE, dabitur ratio DC ad CE. Data autem est DC semidiameter, dabitur ergo adscripta CE, in iisdem partibus. Adhæc cum GD sit ad DB, vt CD ad DE. Data autem sit ratio GD ad DB. nempe sinus arcus FB ad radium: erit & ratio CD ad DE data. Data autem est CD semidiameter, ergo DE dabitur in iisdem partibus. Data igitur circuli diametro, dati arcus adscriptam & hypotenusam inuenimus. Quod faciendum fuit.



EXEMPLVM.

Maneat, vt in finibus, circuli diameter AC 120. Radius DC 60. Vel 1 sexag. 1. partium. Vt in iisdem

iiſdem partibus adſcriptas & hypotenuſas habeamus,in quibus inſcriptas ſinuſúe . Sumaturque arcus BC talium 60, qualium tota peripheria 360. Complementum eius FB, erit 30. eius ſinus,nempe DG.30.BC vero ſinus arcus BC,erit 51 g̃.57 m̃. 41 2̃. Ratio igitur DG ad GB, hoc eſt OC ad CE,erit vt 30 ad 51 g̃.57 m̃.41 2̃. Et quoniam OC eſt 60 , vel 1 ſexag.ī. CE erit talium 1 ſexag.ī.43 g̃.55 m̃. 22 2̃. Secundum enim ductum in tertium,nempè 51 g̃. 57 m̃.41 2̃. in 1 ſexag.ī,gignit 51 ſexag.ī.57 g̃.41 m̃. quibus per primum , nempe per 30 diuiſis, elicitur quartus proportionalis 1 ſex.ī.43 g̃.55.m̃.22 2̃.Eſt igitur CE talium 1 ſex. ī.43 g̃.55 m̃. 22 2̃. qualium DC 1 ſexag.ī. Prætereа cum GO ſit ad OB,vt CD ad OE , ſitque GD ad DB vt 30 ad 60. Erit & CD ad DE vt 30 ad 60. Eſt autem CD 60 g̃. OE igitur erit 120 g̃. vel 2 ſexag. ī. Quare EC quidem adſcripta arcus CB eſt 1 ſexag.ī.43 g̃. 55 m̃. 22 2̃.ED vero hypotenuſa eiuſdem 2 ſexa. ī. id genus partium,qualium circuli radius eſt 1 ſex.ī. De integro , ſumatur arcus CB 30. Erit igitur complementum eius BF.60. Cuius ſinus OG 51 g̃.57 m̃.41 2̃. BO vero ſinus arcus BC 30. Cũque ſit vt DG ad GB,ſic OC ad CE,erit DC ad CE,vt 51 g̃.57 m̃.41 2̃,ad 30.Qualiũ ergo OC 1 ſex. ī. talium CE per reg.auream 34 g̃.38 m̃.27 2̃. Inſuper cũ GD ſit ad OB, vt CD ad DE.Sit autẽ OD 51 g̃.57 m̃.41 2̃.BD 1 ſexag.ī.erit CD ad OE, vt 51 g̃.57 m̃. 41 2̃.ad 1 ſexag. ī. Qualium ergo CD circuli radius eſt 1 ſexag. ī. talium OE erit 1 ſex. ī. 9 g̃. 16 m̃. 54 2̃. Eſt igitur arcus BC 30 partium,adſcripta EC 34 g̃. 38 m̃. 27 2̃. hypotenuſa vero OE 1 ſexag. ī.9 g̃. 16 m̃. 54 2̃. id genus partium qualium radius 1 ſexag.ī.

COROLL. I.

Sinus arcus eſt ad ſinum complementi ſui,vt radius ad adſcriptam complementi.

Etenim ſinus arcus FB eſt ad ſinum complementi ſui BC , hoc eſt O O ad GB,vt radius DC ad CE adſcriptam arcus EB,complementi FB.

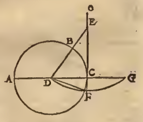
COROLL. II.

Radius eſt medius proportionalis inter ſinum arcus & hypotenuſam complementi ipſius.

Eſt enim propter ſimilitudinem triangulorum DBO, DEC, ſinus arcus FB,hoc eſt OD , ad radium OB,ſicuti radius CD ad DE,hypotenuſam complementi arcus FB, nimirum arcus BC. Præſcriptam autem ſequentibus methodum,ad condendos adſcriptarum & hypotenuſarũ canones,tot peragendæ ſunt,& in adſcriptis,& in hypotenuſis partitiones,quot prima ſcrupula quadrans continet. Quod cum valde moleſtum ſit & operoſum, trademus eius ce rei duo compendia,per quæ inuentis vſque ad quadrantis dimidium adſcriptis , hypotenuſas omnes,nec non & reliquas totius quadrantis adſcriptas additione ſola paremus.

PROPOSITIO XVI.

Hypotenuſa arcus æqualis eſt adſcriptæ ipſius, & adſcriptæ ſemiſsis complementi eiuſdem.

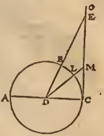


Eſto arcus BC hypotenuſa DE,adſcripta EC. Aio hypotenuſam OE æquari adſcriptæ EC,& adſcriptæ dimidij cõplementi arcus BC.Hoc eſt adſcriptę dimidij anguli DEF. Cẽtro nanque E, & interuallo ED, circinetur arcus circuli DFO. cui occurrat diameter AC protracta in puncto G. Cõtinuetur & EC vſque ad F. & ducatur recta DF. Quia igitur EC per centrum circuli DFG ducta,rectę DCG ſtat ad perpendiculum, ſecat eam bifariam , per 3 lib.3 elem. Quare lineæ DC, CG ſunt æquales , & arcus DF, FG. Cumque duorum angulorum DEF,FOG. æquales peripherias DF,FO baſes habentium,angulus DEF ſit ad centrum , FDG ad peripheriã , angulus DEF duplus erit anguli FDG. per 20 lib. 3 elem.Ergo angulus FOG ſemiſſis eſt complementi anguli BDC. eiúſque adſcripta CF; quę quidem cum CE,adſcripta arcus BC,ęqualis eſt hypotenuſæ ED.Hypotenuſa igitur arcus; æqualis eſt adſcriptæ ipſius,& adſcriptæ dimidij complementi eiuſdem.

Exemplum. Sit BC 60.Eius hypotenuſa DE erit 2 ſex.ī.adſcripta EC 1 ſex.ī. 43 g̃.55 m̃. 22 2̃. adſcripta vero arcus 15, dimidij complementi BC,erit 16 g̃.4 m̃.38 2̃.quæ addita ad 1 ſex.ī.43 g̃.55 m̃.22 2̃.efficiunt 2 ſexa.ī.

PROPOSITIO XVII.

Arcus quadrantis dimidio maioris adſcripta, æqualis eſt adſcriptæ & hypotenuſæ arcus dupli exceſſus, quo ipſe quadrantis dimidium ſuperat.



Eſto circulus ABC circa diametrum ADC, à cuius extremitate C excitetur perpendicularis infinita CO. & ſumatur arcus CB dimidio quadrantis maior. Aio adſcriptam ipſius, æqualem eſſe adſcriptæ & hypotenuſæ arcus dupli exceſſus, quo quadrantis ſemiſſem ſuperat, Fiat enim angulo DEM æqualis EDM angulus, ducta DM ſecante arcum BC in L, & recta DBE. Cum igitur anguli BDC complementum ſit angulus DEC: Erit & angulus BDM, complementum eiuſdem BDC anguli, hoc eſt arcus BL cõplementum arcus BC, & arcus LC ipſorum differentia. Eſt autem duarum magnitudinũ differentia, dupla differentię vtriuſlibet earum à dimidio ſummæ ambarum, ex arithmetica analogia. Idcirco arcus LC erit duplus exuperantiæ arcus BC vltra dimidium quadrantis. Quoniam vero duo anguli EDM, DEM, ſunt per fabricam æquales, erunt & rectæ MD, ME æquales, aggregetur ad vtranque recta MC, binæ igitur DM, ME binis EM, MC, hoc eſt toti EC erunt æquales. Eſt autẽ arcus CL adſcripta CM, hypotenuſa DM. arcus vero BC adſcripta EC. Arcus igitur quadrantis dimidio maioris adſcripta, æqualis eſt adſcriptæ & hypotenuſæ arcus dupli diſtantię ipſius à quadrantis dimidio, quod d. f. Exẽplũ. Sit BC 60. Eius adſcripta EC, erit 1 ſexag. ī.43 ḡ.55 m̄. 22 2̄. Exceſſus 60 vltra 45 eſt 15, duplum 30, nimirum LC, hypotenuſa DM 1 ſex. ī.9 ḡ.16 m̄.54 2̄. adſcripta MC. 34 ḡ. 38 m̄. 27 2̄. eſtque hypotenuſæ & adſcriptę ſumma 1 ſexa. ī.43. ḡ.55. m̄. 22 2̄.

¶ Ex his duobus theorematibus colligimus, ſi adſcriptæ omnium arcuum vſque ad quadrãtis dimidium inuentæ fuerint, hypotenuſas totius quadrantis, nec non adſcriptas reliquas, additione ſola inuentũ iri. Nã quia hypotenuſa arcus, eſt æqualis adſcriptę ipſius, & adſcriptę ſemiſſis cõplementi eiuſdẽ per 16 huius. Datæ autẽ ſunt adſcriptæ arcuũ, vſque ad quadrantis dimidiũ, & adſcriptæ dimidij cõplementorum eorundem, quæ dimidia complementorũ ſunt omnia quadrantis dimidio minora, Ideo dabuntur hypotenuſę arcuum vſque ad dimidium quadrantis, additione adſcriptæ arcus cuiuſque ad ſemiſſis complementi ipſius adſcriptã. Rurſus cum per 17 huius adſcripta arcus quadrãtis dimidio maioris, æquetur adſcriptæ & hypotenuſę arcus, dupli exceſſus, quo ipſe quadrantis dimidium ſuperat, datæ autẽ ſint tã adſcriptæ quàm hypotenuſæ vſque ad dimidiũ quadrantem, dabuntur ergo adſcriptæ ſequentium arcuũ, vſque ad eum cuius exuperantię ſupra 45 duplũ, eſt 45. nempe vſque ad 67 ḡ.30 m̄. additione adſcriptæ & hypotenuſæ arcus, dupli exuperantiæ, qua quilibet excedit quadrantis dimidiũ, & per 16 hypotenuſæ à 45 vſque ad 67 ḡ. 30 m̄. Ex iiſque adſcriptæ ſequentium arcuum à 67 ḡ.30. m̄. ad eum vſque cuius diſtantiæ à 45 duplum, efficit 67 ḡ.30 m̄. vel qui maior eſt quàm 45 dimidio 67 ḡ.30 m̄. ſiue 33 ḡ .45 m̄. Hoc eſt vſque ad 78 ḡ.45 m̄. Dabuntur & eorundem hypotenuſæ per 16 huius. Ex datis autem adſcriptis & hypotenuſis vſque ad 78 ḡ.45 m̄. dabuntur adſcriptæ ſequentium arcuum vſque ad 84 ḡ.22 m̄. cuius ſupra 45 exuperantiæ duplum, eſt 78 ḡ. 45 m̄. ac ita deinceps progrediendo.

Exemplum, dentur vſque ad quadrantis dimidium adſcriptæ, quęritur hypotenuſa verbi gratia 20 partiũ. Addo adſcriptã 20, nimirũ 21 ḡ.50 m̄.17 2̄. ad 42 ḡ.0 m̄. 45 2̄. adſcriptã dimidij complementi 20, hoc eſt adſcriptã 35. Complementũ nanque eſt 70. ſumma fit 1 ſex. ī.3 ḡ.51 m̄.2 2̄. hypotenuſa 20. Datis autẽ hypotenuſis, vt & adſcriptis vſque ad ſemiſſem quadrãtis, quæratur adſcripta 60. qui numerus minor eſt quã 67 ḡ.30 m̄. Exceſſus ipſorũ 60 ſupra dimidium quadrantis, eſt 15, Duplum 30. quorum adſcripta 34 ḡ.38 m̄.27 2̄. hypotenuſa 1 ſex. ī.9 ḡ.16 m̄.54 2̄. Hæ additæ efficiũt 1 ſex. ī.43 ḡ.55 m̄.21 2̄. adſcriptã arcus 60. Hunc in modũ canones duos, vnum adſcriptarũ, alterũ hypotenuſarũ, qui adſcriptas & hypotenuſas arcuum minutatim creſcentium continent, confecimus, numeróſque ſic diſpoſuimus, vt gradus arcuum, quemadmodum in ſinibus, in ſupremo tabulæ verſu pangeremus, ipſorum autẽ prima ſcrupula, in deſcendente ad ſiniſtram columna. At cuiuſque arcus adſcriptam & hypotenuſam, ad communem columnæ graduum ipſius, & minutorum verſui angulũ. Gradus vero complementorum in imo latere. Eorum graduum prima ſcrupula, in dextro.

m. arcuū.	grad. 0 Adſcriptæ g. m. ī.	0 Hypotenuſæ sex. g. m. ī.	1 Adſcriptæ g. m. ī.	1 Hypotenuſæ sex. g. m. ī.	2 Adſcriptæ g. m. ī.	2 arcuū. Hypotenuſæ sex. g. m. ī.	m. cõpl.
0	0 0 0	0 0 0 0	1 2 50	1 0 0 32	2 5 42	1 0 2 10	60
1	1 3	1 0 0 0	3 53	0 32	6 45	13	59
2	2 6	0 0 0	4 55	0 33	7 48	15	58
3	3 9	0	5 58	35	8 51	17	57
4	4 11	0	7 1	36	9 54	20	56
5	5 14	0	8 4	38	10 56	22	55
6	6 17	0	9 7	39	11 59	24	54
7	7 20	0	10 9	40	13 2	27	53
8	8 23	1	11 12	41	14 5	29	52
9	9 26	1	12 15	43	15 8	31	51
10	10 28	1	13 18	44	16 11	34	50
11	11 31	1	14 21	46	17 14	36	49
12	12 34	1	15 24	47	18 17	39	48
13	13 37	1	16 26	48	19 20	42	47
14	14 40	2	17 29	49	20 23	44	46
15	15 42	2	18 32	50	21 26	46	45
16	16 45	2	19 35	52	22 29	49	44
17	17 48	2	20 38	53	23 32	52	43
18	18 51	2	21 40	54	24 35	54	42
19	19 54	3	22 43	56	25 38	56	41
20	20 57	3	23 47	58	26 41	59	40
21	21 59	3	24 50	59	27 44	3 2	39
22	23 2	3	25 53	1	28 47	5	38
23	24 5	4	26 56	3	29 50	7	37
24	25 8	5	27 59	5	30 53	10	36
25	26 11	5	29 2	7	31 56	13	35
26	27 14	6	30 5	9	32 59	16	34
27	28 16	6	31 7	10	34 2	19	33
28	29 19	6	32 10	11	35 5	22	32
29	30 22	7	33 13	12	36 8	25	31
30	31 25	8	34 16	14	37 11	27	30
31	32 28	8	35 19	16	38 14	30	29
32	33 31	9	36 21	17	39 17	33	28
33	34 33	9	37 24	19	40 20	36	27
34	35 36	9	38 27	21	41 23	38	26
35	36 39	10	39 30	22	42 26	41	25
36	37 42	11	40 32	23	43 29	44	24
37	38 45	12	41 35	24	44 32	47	23
38	39 48	13	42 38	26	45 35	49	22
39	40 50	13	43 41	28	46 38	52	21
40	41 53	13	44 44	30	47 41	55	20
41	42 56	14	45 47	32	48 44	57	19
42	43 59	15	46 50	34	49 47	4 0	18
43	45 2	16	47 53	36	50 50	5	17
44	46 5	17	48 56	39	51 53	7	16
45	[illegible] 7	17	49 58	40	52 56	10	15
46	48 10	18	51 1	41	53 59	13	14
47	49 13	19	52 4	44	55 2	16	13
48	50 16	20	53 7	46	56 5	19	12
49	51 19	21	54 10	48	57 8	22	11
50	52 22	23	55 13	50	58 11	26	10
51	53 24	23	56 16	51	59 14	29	9
52	54 27	24	57 18	53	3 0 17	32	8
53	55 30	25	58 21	55	1 20	35	7
54	56 33	26	59 24	58	2 23	38	6
55	57 36	27	2 0 27	2 0	3 26	41	5
56	58 39	28	1 30	2	4 29	45	4
57	59 41	29	2 33	4	5 32	48	3
58	1 0 44	29	3 36	6	6 35	51	2
59	1 47	30	4 39	8	7 38	55	1
	grad. 89	89	88	88	87	87 complem.	

arcuũ.	grad. 3 Adſcriptæ g. m. 2.	3 Hypotenuſæ sex.g. m. 2.	4 Adſcriptæ g. m. 2.	4 Hypotenuſæ sex.g. m. 2.	5 Adſcriptæ g. m. 2.	5 arcuũ. Hypotenuſæ sex.g. m. 2.	m.cõpl.
0	3 8 41	1 0 4 58	4 11 43	1 0 8 46	5 24 57	1 0 13 44	60
1	9 44	5 1	12 46	50	16 0	50	59
2	10 47	4	13 49	55	17 3	55	58
3	11 50	7	14 52	9 0	18 7	14 0	57
4	12 53	11	15 55	4	19 10	7	56
5	13 56	15	16 58	8	20 13	12	55
6	14 59	18	18 1	12	21 17	18	54
7	16 2	21	19 5	17	22 20	23	53
8	17 5	25	20 8	22	23 23	29	52
9	18 8	29	21 11	26	24 27	35	51
10	19 11	32	22 14	31	25 31	41	50
11	20 14	35	23 17	36	26 34	46	49
12	21 17	39	24 21	41	27 37	52	48
13	22 20	42	25 24	45	28 41	58	47
14	23 23	46	26 27	49	29 44	15 4	46
15	24 26	49	27 30	54	30 47	20	45
16	25 29	53	28 33	58	31 51	15	44
17	26 32	57	29 37	10 3	32 54	20	43
18	27 35	6 0	30 40	8	33 57	26	42
19	28 38	3	31 43	12	35 0	32	41
20	29 41	7	32 46	17	36 4	38	40
21	30 44	11	33 49	21	37 7	44	39
22	31 47	15	34 52	26	38 11	51	38
23	32 50	19	35 56	31	39 14	57	37
24	33 53	23	36 59	37	40 17	16 2	36
25	34 56	27	38 2	42	41 21	8	35
26	35 59	30	39 6	48	42 24	15	34
27	37 2	33	40 9	53	43 27	21	33
28	38 5	37	41 12	57	44 31	27	32
29	39 8	41	42 15	11 2	45 34	33	31
30	40 11	45	43 19	8	46 37	38	30
31	41 14	49	44 22	12	47 41	44	29
32	42 17	52	45 25	17	48 44	51	28
33	43 20	56	46 28	22	49 48	57	27
34	44 24	7 0	47 32	28	50 51	17 3	26
35	45 27	4	48 35	32	51 55	9	25
36	46 30	8	49 38	37	52 58	15	24
37	47 33	12	50 41	42	54 2	21	23
38	48 36	15	51 44	47	55 5	27	22
39	49 39	19	52 48	52	56 9	33	21
40	50 42	23	53 51	57	57 12	39	20
41	51 45	27	54 54	12 3	58 15	45	19
42	52 48	32	55 58	9	59 19	52	18
43	53 51	36	57 1	14	6 0 22	58	17
44	54 54	40	58 4	19	1 26	18 5	16
45	55 57	44	59 8	24	2 29	11	15
46	57 0	48	5 0 11	30	3 33	18	14
47	58 3	53	1 14	35	4 36	24	13
48	59 7	57	2 18	41	5 40	31	12
49	4 0 10	8 1	3 21	46	6 43	37	11
50	1 13	5	4 24	51	7 47	44	10
51	2 16	9	5 28	56	8 50	50	9
52	3 19	13	6 31	13 2	9 54	57	8
53	4 22	17	7 34	8	10 57	19 4	7
54	5 25	21	8 38	13	12 1	10	6
55	6 28	25	9 41	18	13 4	16	5
56	7 31	29	10 44	23	14 8	23	4
57	8 34	33	11 48	28	15 11	30	3
58	9 37	37	12 51	34	16 15	36	2
59	10 40	41	13 54	40	17 19	42	1
	grad°.86	86	85	85	84	84 complem.	

arcus	grad. 6	6	7	7	8	8 arcuũ.	compl.
	Adſcriptæ g. m̄. s̄.	Hypotenuſæ sex. g. m̄. s̄.	Adſcriptæ g. m̄. s̄.	Hypotenuſæ sex. g. m̄. s̄.	Adſcriptæ g. m̄. s̄.	Hypotenuſæ sex. g. m̄. s̄.	g
0	6 18 22	1 0 19 49	7 22 1	1 0 27 2	8 25 57	1 0 35 23	60
1	19 25	19 56	23 5	10	27 1	32	59
2	20 29	20 3	24 9	19	28 5	41	58
3	21 32	10	25 12	26	29 9	50	57
4	22 36	17	26 16	34	30 13	59	56
5	23 39	23	27 20	41	31 18	36 9	55
6	24 43	30	28 23	49	32 22	18	54
7	25 47	36	29 27	57	33 26	27	53
8	26 50	43	30 31	28 5	34 30	36	52
9	27 54	50	31 35	13	35 34	45	51
10	28 57	56	32 39	21	36 38	54	50
11	30 1	21 3	33 42	28	37 42	37 3	49
12	31 5	11	34 46	36	38 46	12	48
13	32 8	17	35 50	44	39 50	21	47
14	33 12	24	36 54	52	40 54	30	46
15	34 15	31	37 58	29 0	41 58	39	45
16	35 19	38	39 2	8	43 3	49	44
17	36 22	44	40 6	16	44 7	58	43
18	37 26	51	41 10	25	45 11	38 7	42
19	38 30	58	42 14	33	46 15	16	41
20	39 33	22 5	43 17	40	47 19	25	40
21	40 37	12	44 21	48	48 23	34	39
22	41 40	20	45 25	57	49 27	44	38
23	42 44	27	46 29	30 5	50 32	53	37
24	43 48	35	47 32	13	51 36	39 3	36
25	44 51	42	48 36	21	52 40	12	35
26	45 55	49	49 40	29	53 44	21	34
27	46 58	56	50 44	37	54 49	31	33
28	48 2	23 3	51 48	46	55 53	41	32
29	49 6	10	52 52	54	56 57	50	31
30	50 10	18	53 56	31 2	58 1	40 0	30
31	51 14	25	55 0	10	59 6	9	29
32	52 17	33	56 4	19	9 0 10	19	28
33	53 21	40	57 8	27	1 14	29	27
34	54 25	48	58 12	36	2 19	39	26
35	55 28	55	59 16	44	3 23	48	25
36	56 32	24 2	8 0 20	53	4 27	57	24
37	57 35	9	1 24	32 1	5 32	41 7	23
38	58 39	16	2 28	10	6 36	17	22
39	59 43	23	3 32	18	7 40	26	21
40	7 0 46	30	4 36	27	8 44	35	20
41	1 50	37	5 40	36	9 48	45	19
42	2 53	45	6 44	45	10 53	55	18
43	3 57	52	7 48	54	11 57	42 4	17
44	5 1	25 0	8 52	33 3	13 1	14	16
45	6 5	7	9 56	11	14 5	24	15
46	7 8	15	11 0	20	15 10	34	14
47	8 12	22	12 4	28	16 14	44	13
48	9 56	30	13 8	37	17 18	54	12
49	10 19	37	14 12	45	18 23	43 3	11
50	11 23	45	15 16	54	19 28	14	10
51	12 27	52	16 20	34 5	20 32	24	9
52	13 30	26 0	17 25	13	21 37	34	8
53	14 34	7	18 29	22	22 41	44	7
54	15 38	15	19 33	30	23 46	54	6
55	16 42	23	20 37	39	24 50	44 5	5
56	17 46	31	21 41	48	25 54	13	4
57	18 50	39	22 45	56	27 58	22	3
58	19 54	47	23 49	35 5	28 2	32	2
59	20 58	54	24 53	14	29 7	42	1
	grad. 83	83	82	82	81	81 complem.	

m. arcus	grad. 9			9				10			10				11			11 arcuū.				m. cōpl.
	Adscriptæ			Hypotenusæ				Adscriptæ			Hypotenusæ				Adscriptæ			Hypotenusæ				
	g.	m.	2.	SEX.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	SEX.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	SEX.	g.	m.	2.	
0	9	30	11	1	0	44	52	10	34	47	1	0	55	32	11	39	46	1	1	7	21	60
1		31	15			45	2		35	51				43		40	51				34	59
2		32	20				13		36	56				55		41	56				46	58
3		33	24				23		38	1			56	6		43	1				58	57
4		34	29				33		39	5				17		44	6			8	10	56
5		35	33				43		40	10				28		45	12				23	55
6		36	38				54		41	15				40		46	17				36	54
7		37	42			46	5		42	20				51		47	23				48	53
8		38	46				13		43	25			57	3		48	28			9	2	52
9		39	51				23		44	30				14		49	23				14	51
10		40	55				34		45	35				26		50	38				26	50
11		41	59				44		46	40				37		51	44				39	49
12		43	4				54		47	44				48		52	49				51	48
13		44	8			47	4		48	49			58	0		53	54			10	4	47
14		45	13				15		49	54				11		54	59				17	46
15		46	17				25		50	59				23		56	5				30	45
16		47	22				35		52	4				34		57	10				43	44
17		48	26				45		53	8				45		58	15				55	43
18		49	31				56		54	13				56		59	20			11	8	42
19		50	35			48	6		55	18			59	8	12	0	26				21	41
20		51	40				17		56	23				20		1	31				34	40
21		52	44				28		57	28				32		2	37				47	39
22		53	49				39		58	33				44		3	42			12	1	38
23		54	53				49		59	38				56		4	48				14	37
24		55	58			49	0	11	0	43	1	1	0	8		5	53				27	36
25		57	3				10		1	48				19		6	59				40	35
26		58	7				21		2	53				31		8	4				53	34
27		59	12				31		3	58				43		9	10			13	6	33
28	10	0	16				42		5	3				55		10	15				19	32
29		1	21				53		6	8			1	6		11	20				32	31
30		2	26			50	4		7	13				18		12	25				44	30
31		3	30				15		8	18				30		13	31				57	29
32		4	35				26		9	23				42		14	36			14	10	28
33		5	39				37		10	28				54		15	41				23	27
34		6	44				47		11	33			2	5		16	47				37	26
35		7	49				58		12	38				17		17	52				50	25
36		8	54			51	9		13	43				29		18	58			15	3	24
37		9	58				19		14	48				41		20	3				16	23
38		11	3				30		15	53				53		21	8				28	22
39		12	8				40		16	58			3	5		22	14				41	21
40		13	12				51		18	3				17		23	19				54	20
41		14	17			52	2		19	8				30		24	25			16	7	19
42		15	21				13		20	13				42		25	30				21	18
43		16	26				24		21	18				54		26	36				34	17
44		17	31				35		22	23			4	6		27	41				47	16
45		18	35				46		23	28				18		28	47			17	0	15
46		19	40				57		24	33				30		29	52				14	14
47		20	44			53	7		25	38				42		30	58				28	13
48		21	49				18		26	43				54		32	4				41	12
49		22	53				29		27	49			5	6		33	10				54	11
50		23	58				40		28	54				19		34	15			18	8	10
51		25	3				50		29	59				31		35	21				21	9
52		26	7			54	1		31	4				43		36	26				35	8
53		27	12				12		32	9				55		37	32				48	7
54		28	17				24		33	14			6	7		38	37			19	2	6
55		29	21				34		34	19				19		39	43				15	5
56		30	26				45		35	25				32		40	48				28	4
57		31	31				56		36	30				45		41	54				42	3
58		32	36			55	8		37	35				57		43	0				56	2
59		33	41				20		38	40			7	9		44	6			20	10	1
	grad. 80			80				79			79				78			78 complem.				

m. arcuũ.	grad. 12 Adſcriptæ g. m. ſ.	12 Hypotenuſæ ſex.g. m. ſ.	13 Adſcriptæ g. m. ſ.	13 Hypotenuſæ ſex.g. m. ſ.	14 Adſcriptæ g. m. ſ.	14 arcuũ. Hypotenuſæ ſex.g. m. ſ.	m. cõpl.
0	12 45 12	1 1 20 24	13 51 7	1 1 34 41	14 57 34	1 1 50 12	60
1	46 17	38	52 14	56	58 41	28	59
2	47 23	52	53 20	35 12	59 47	44	58
3	48 28	21 5	54 26	27	15 0 54	51 0	57
4	49 34	19	55 32	41	2 1	17	56
5	50 40	32	56 38	57	3 7	33	55
6	51 45	46	57 45	36 12	4 14	49	54
7	52 51	22 0	58 51	27	5 20	52 5	53
8	53 56	13	59 57	42	6 27	21	52
9	55 1	27	14 1 3	57	7 34	37	51
10	56 7	40	2 9	37 11	8 41	54	50
11	57 12	54	3 15	26	9 48	53 10	49
12	58 18	23 7	4 22	42	10 55	27	48
13	59 24	21	5 28	57	12 2	43	47
14	13 0 30	35	6 34	38 12	13 9	54 0	46
15	1 36	49	7 41	27	14 16	17	45
16	2 42	24 4	8 47	42	15 23	33	44
17	3 48	18	9 54	57	16 30	50	43
18	4 55	33	11 0	39 13	17 37	55 6	42
19	6 1	47	12 7	28	18 44	22	41
20	7 7	25 1	13 13	44	19 51	39	40
21	8 13	15	14 19	59	20 58	56	39
22	9 19	30	15 25	40 14	22 5	56 13	38
23	10 25	44	16 32	29	23 12	30	37
24	11 31	26 0	17 38	45	24 19	46	36
25	12 36	14	18 45	41 0	25 26	57 2	35
26	13 42	26	19 52	17	26 33	19	34
27	14 48	40	20 58	32	27 40	36	33
28	15 54	55	22 5	48	28 47	53	32
29	17 0	27 9	23 11	42 1	29 54	58 10	31
30	18 5	23	24 17	18	31 1	27	30
31	19 11	37	25 23	33	32 8	43	29
32	20 17	51	26 30	49	33 15	59 0	28
33	21 23	28 5	27 36	43 4	34 22	17	27
34	22 29	20	28 42	19	35 29	34	26
35	23 35	35	29 49	34	36 37	31	25
36	24 41	49	30 55	50	37 44	1 2 0 8	24
37	25 47	29 3	32 2	44 6	38 51	25	23
38	26 53	18	33 8	22	39 59	43	22
39	27 59	32	34 15	37	41 6	1 0	21
40	29 5	47	35 21	53	42 13	16	20
41	30 11	30 2	36 28	45 9	43 20	33	19
42	31 17	17	37 35	26	44 27	49	18
43	32 23	32	38 42	41	45 35	2 6	17
44	33 30	47	39 48	57	46 42	24	16
45	34 36	31 1	40 55	46 13	47 49	41	15
46	35 42	16	42 1	29	48 56	58	14
47	36 48	31	43 7	45	50 3	3 15	13
48	37 54	45	44 14	47 0	51 11	33	12
49	39 0	32 0	45 20	16	52 18	50	11
50	40 6	14	46 27	31	53 25	4 7	10
51	41 12	29	47 34	48	54 32	24	9
52	42 18	43	48 41	48 4	55 39	41	8
53	43 24	57	49 47	20	56 46	38	7
54	44 30	33 12	50 54	36	57 53	5 15	6
55	45 36	27	52 0	52	59 0	32	5
56	46 42	41	53 7	49 8	16 0 7	49	4
57	47 48	55	54 14	24	1 14	6 6	3
58	48 54	34 10	55 21	40	2 21	23	2
59	50 0	25	56 27	56	3 28	40	1
	grad. 77	77	76	76	75	75 complem.	

m. arcuũ	grad. 15	15	16	16	17	17 arcuũ.	m. cõpl.
	Adſcriptæ g. m. 2.	Hypotenuſæ sex.g. m 2.	Adſcriptæ g. m. 2.	Hypotenuſæ sex.g m. 2.	Adſcriptæ g. m. 2.	Hypotenuſæ sex.g. m. 2	
0	16 4 36	1 2 6 58	17 12 17	1 2 25 4	18 20 37	1 2 44 29	60
1	5 43	7 15	13 25	23	21 45	49	59
2	6 50	33	14 33	42	22 54	45 9	58
3	7 58	50	15 41	26 0	24 2	29	57
4	9 5	8 8	16 49	19	25 11	49	56
5	10 13	25	17 57	39	26 20	46 8	55
6	11 20	43	19 5	57	27 29	30	54
7	12 28	9 0	20 13	27 16	28 38	50	53
8	13 35	18	21 21	35	29 47	47 11	52
9	14 43	36	22 29	54	30 56	31	51
10	15 51	54	23 37	28 12	32 5	52	50
11	16 58	10 12	24 45	31	33 14	48 13	49
12	18 6	30	25 53	50	34 23	33	48
13	19 13	48	27 1	29 9	35 32	53	47
14	20 21	11 6	28 9	28	36 41	49 14	46
15	21 28	23	29 18	47	37 50	35	45
16	22 36	41	30 26	30 6	38 59	55	44
17	23 43	59	31 34	25	40 8	50 16	43
18	24 51	12 17	32 42	44	41 17	36	42
19	25 59	35	33 50	31 3	42 26	56	41
20	27 7	53	34 58	22	43 35	51 17	40
21	28 14	13 11	36 6	41	44 43	37	39
22	29 22	29	37 14	32 1	45 52	58	38
23	30 29	47	38 22	20	47 1	52 19	37
24	31 36	14 3	39 31	40	48 10	39	36
25	32 44	21	40 39	33 0	49 19	53 0	35
26	33 51	39	41 47	18	50 28	20	34
27	34 59	57	42 55	39	51 37	40	33
28	36 6	15 15	44 4	57	52 46	54 1	32
29	37 14	33	45 12	34 16	53 55	21	31
30	38 22	52	46 22	37	55 4	42	30
31	39 29	16 10	47 30	56	56 13	55 3	29
32	40 37	27	48 38	35 15	57 22	24	28
33	41 44	45	49 47	34	58 31	44	27
34	42 52	17 3	50 55	54	59 40	56 5	26
35	44 0	21	52 4	36 14	19 0 49	15	25
36	45 7	39	53 13	34	1 58	46	24
37	46 15	57	54 21	54	3 8	57 7	23
38	47 23	18 16	55 30	37 14	4 17	19	22
39	48 31	34	56 38	33	5 26	50	21
40	49 39	53	57 46	52	6 35	58 10	20
41	50 47	19 11	58 54	38 11	7 44	31	19
42	51 54	30	18 0 2	30	8 54	53	18
43	53 2	48	1 11	50	10 3	59 14	17
44	54 10	20 7	2 20	39 10	11 12	34	16
45	55 17	25	3 28	30	12 22	55	15
46	56 25	43	4 37	50	13 31	1 3 0 17	14
47	57 33	21 1	5 45	40 9	14 41	38	13
48	58 41	20	6 54	29	15 50	1 0	12
49	59 49	39	8 2	49	16 59	21	11
50	17 0 57	57	9 11	41 9	18 9	42	10
51	2 6	22 16	10 19	29	19 18	2 4	9
52	3 14	36	11 28	48	20 28	25	8
53	4 22	54	12 36	42 8	21 37	46	7
54	5 30	23 13	13 45	28	22 46	3 7	6
55	6 38	31	14 54	48	23 56	28	5
56	7 46	50	16 3	43 9	25 5	49	4
57	8 54	24 9	17 12	29	26 15	4 10	3
58	10 2	27	18 20	49	27 24	32	2
59	11 10	45	19 28	44 9	28 34	53	1
	grad. 74	74	73	73	72	72 complem.	

arcū.	grad. 18	18	19	19	20	20 arcuū.	m. cōpl.
	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	
	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	19 29 43	1 3 5 15	20 39 35	1 3 27 25	21 50 17	1 3 51 2	60
1	30 52	37	40 45	48	51 28	26	59
2	32 2	58	41 55	18 11	52 39	50	58
3	33 11	6 19	43 6	34	53 51	52 15	57
4	34 21	41	44 16	57	55 2	40	56
5	35 30	7 2	45 26	29 20	56 13	53 5	55
6	36 40	24	46 37	44	57 25	30	54
7	37 49	45	47 47	30 7	58 36	54	53
8	38 59	8 7	48 58	30	59 48	54 19	52
9	40 8	28	50 8	53	22 0 59	44	51
10	41 18	50	51 18	31 16	2 10	55 8	50
11	42 28	9 11	52 28	39	3 21	32	49
12	43 37	33	53 39	32 2	4 33	57	48
23	44 47	54	54 49	25	5 44	56 22	47
14	55 56	10 16	56 0	49	6 55	46	46
15	47 6	38	57 10	33 12	8 7	57 11	45
16	48 16	11 0	58 21	35	9 18	36	44
17	49 25	22	59 31	58	10 30	58 0	43
18	50 35	44	21 0 42	34 22	11 41	25	42
19	51 45	12 6	1 52	45	12 53	50	41
20	52 55	28	3 3	35 8	14 4	59 15	40
21	54 4	50	4 13	31	15 15	40	39
22	55 14	13 12	5 24	55	16 27	1 4 0 4	38
23	56 24	34	6 34	36 19	17 38	29	37
24	57 34	56	7 46	43	18 50	54	36
25	58 43	14 18	8 55	37 6	20 1	1 19	35
26	59 53	40	10 6	28	21 13	44	34
27	20 1 3	15 2	11 16	51	22 24	2 9	33
28	2 13	24	12 27	38 15	23 36	34	32
29	3 23	46	13 38	39	24 47	59	31
30	4 33	16 8	14 49	39 3	25 59	3 24	30
31	5 42	30	16 0	26	27 10	49	29
32	6 52	52	17 10	50	28 22	4 14	28
33	8 2	17 14	18 21	40 13	29 33	39	27
34	9 12	37	19 32	37	30 45	5 4	26
35	10 22	18 0	20 42	41 0	31 57	29	25
36	11 32	22	21 53	24	33 8	54	24
37	12 42	44	23 4	48	34 20	6 19	23
38	13 52	19 6	24 15	42 12	35 32	45	22
39	15 2	28	25 26	36	36 44	7 10	21
40	16 12	51	26 37	43 0	37 56	36	20
41	17 22	20 13	27 48	24	39 7	8 2	19
42	18 32	36	28 59	48	40 19	27	18
43	19 42	58	30 10	44 12	41 31	52	17
44	20 52	21 21	31 21	37	42 43	9 18	16
45	22 2	44	32 32	45 1	43 54	43	15
46	23 12	22 6	33 43	26	45 6	10 8	14
47	24 22	28	34 54	50	46 18	33	13
48	25 32	51	36 5	46 14	47 30	59	12
49	26 42	23 13	37 16	38	48 42	11 25	11
50	27 52	36	38 27	47 1	49 54	50	10
51	29 2	58	39 38	25	51 6	12 10	9
52	30 12	24 21	40 49	49	52 18	42	8
53	31 22	43	42 0	48 13	53 30	13 8	7
54	32 32	25 6	43 11	37	54 42	33	6
55	33 43	29	44 22	49 1	55 54	59	5
56	34 53	52	45 33	25	57 6	14 24	4
57	36 3	26 15	46 44	49	58 18	50	3
58	37 14	39	47 55	50 23	59 30	15 16	2
59	38 24	27 2	49 6	37	23 0 42	42	1
	grad. 71	71	70	70	69	69 complem.	

m. arcuū	grad. 21			21				22			22				23			23 arcuū.				m. cōpl.
	Adſcriptæ			Hypotenuſæ				Adſcriptæ			Hypotenuſæ				Adſcriptæ			Hypotenuſæ				
	g.	m.	2.	EX.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	EX.	g.	m.	2.	g.	m.	2.	EX.	g.	m.	2.	
0	23	1	54		4	16	7	24	14	30		4	42	45	25	28	7	1	5	10	54	60
1		3	6				33		15	43			43	12		29	21			11	23	59
2		4	18				59		16	56				39		30	35				52	58
3		5	31			17	25		18	10			44	7		31	50			12	21	57
4		6	43				51		19	23				35		33	4				51	56
5		7	55			18	17		20	36			45	2		34	18			13	20	55
6		9	8				44		21	49				30		35	32				49	54
7		10	20			19	10		23	2				58		36	47			14	18	53
8		11	33				37		24	16			46	26		38	1				47	52
9		12	45			20	3		25	29				53		39	15			15	16	51
10		13	57				28		26	42			47	20		40	29				45	50
11		15	9				53		27	55				48		41	43			16	14	49
12		16	21			21	20		29	8			48	15		42	57				43	48
13		17	34				46		30	21				43		44	12			17	12	47
14		18	46			22	13		31	35			49	11		45	26				42	46
15		19	58				39		32	48				38		46	40			18	12	45
16		21	11			23	5		34	1			50	5		47	55				41	44
17		22	23				31		35	15				33		49	9			19	10	43
18		23	36				58		36	28			51	1		50	23				38	42
19		24	48			24	24		37	41				29		51	38			20	8	41
20		26	0				50		38	55				57		52	53				38	40
21		27	13			25	16		40	9			52	25		54	7			21	7	39
22		28	25				43		41	22				53		55	22				37	38
23		29	37			26	9		42	34			53	21		56	36			22	6	37
24		30	50				36		43	48				4[illegible]		57	51				36	36
25		32	2			27	3		45	1			54	[illegible]		59	6			23	6	35
26		33	15				29		46	15				[illegible]	26	0	21				36	34
27		34	27				56		47	2[illegible]			55	[illegible]		1	35			24	5	33
28		35	40			28	22		48	42				40		2	50				35	32
29		36	52				48		49	56			56	8		4	5			25	5	31
30		38	4			29	14		51	9				36		5	20				35	30
31		39	17				40		52	23			57	8		6	34			26	4	29
32		40	29			30	7		53	36				32		7	48				33	28
33		41	42				34		54	50			58	0		9	3			27	3	27
34		42	55			31	1		56	4				29		10	18				33	26
35		44	8				28		57	18				57		11	33			28	2	25
36		45	21				55		58	32			59	26		12	47				32	24
37		46	34			32	22		59	46				55		14	2			29	2	23
38		47	46				49	25	1	0	1	5	0	24		15	17				33	22
39		48	59			33	16		2	14			0	52		16	32			30	3	21
40		50	11				42		3	27			1	20		17	47				33	20
41		51	23			34	9		4	41				49		19	2			31	3	19
42		52	36				36		5	55			2	18		20	17				33	18
43		53	49			35	3		7	9				56		21	32			32	3	17
44		55	2				30		8	22			3	14		22	47				33	16
45		56	15				57		9	36				42		24	2			33	3	15
46		57	28			36	24		10	50			4	11		25	17				33	14
47		58	41				51		12	4				40		26	32			34	3	13
48		59	54			37	19		13	18			5	9		27	47				34	12
49	24	1	7				46		14	32				38		29	2			35	4	11
50		2	20			38	13		15	46			6	6		30	18				35	10
51		3	33				40		17	0				35		31	33			36	5	9
52		4	46			39	7		18	14			7	3		32	48				36	8
53		5	59				34		19	28				32		34	3			37	6	7
54		7	12			40	2		20	42			8	1		35	18				37	6
55		8	25				29		21	56				30		36	33			38	7	5
56		9	38				56		23	11				59		37	48				38	4
57		10	51			41	23		24	25			9	28		39	3			39	8	3
58		12	4				51		25	39				57		40	18				38	2
59		13	17			42	18		26	53			10	27		41	33			40	9	1
	grad. 68			68				67			67				66			66 complem.				

m. arcus	grad. 24			24				25			25				26			26 arcus				m. compl.
	Adscriptæ			Hypotenusæ				Adscriptæ			Hypotenusæ				Adscriptæ			Hypotenusæ				
	g.	m.	s.	sex.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	sex.	g.	m.	s.	g.	m.	s.	sex.	g.	m.	s.	
0	26	42	50	1	5	40	41	27	58	44	1	6	12	11	29	15	50	1	6	45	22	60
1		44	5			41	11	28	0	0				43		17	8				57	59
2		45	20				42		1	17			13	16		18	26			46	31	58
3		46	36			42	13		2	33				48		19	44			47	5	57
4		47	51				44		3	50			14	21		21	2				40	56
5		49	7			43	15		5	6				54		22	20			48	14	55
6		50	22				46		6	23			15	26		23	38			49	49	54
7		51	38			44	17		7	39				58		24	56				23	53
8		52	53				48		8	56			16	30		26	14				58	52
9		54	9			45	19		10	12			17	2		27	32			50	32	51
10		55	24				50		11	29				35		28	49			51	5	50
11		56	40			46	20		12	45			18	7		30	7				39	49
12		57	55				51		14	2				40		31	25			52	14	48
13		59	11			47	22		15	19			19	12		32	43				49	47
14	27	0	26				53		16	35				45		34	1			53	23	46
15		1	41			48	24		17	52			20	18		35	19				57	45
16		2	57				55		19	9				50		36	38			54	32	44
17		4	12			49	26		20	25			21	22		37	56			55	6	43
18		5	28				57		21	42				55		39	14				41	42
19		6	44			50	28		22	59			22	28		40	32			56	15	41
20		8	0			51	0		24	16			23	1		41	50				50	40
21		9	15				31		25	32				34		43	8			57	25	39
22		10	31			52	2		26	49			24	7		44	27			58	0	38
23		11	47				33		28	6				40		45	45				35	37
24		13	2			53	4		29	23			25	13		47	3			59	9	36
25		14	18				35		30	40				46		48	22				44	35
26		15	34			54	7		31	58			26	20		49	41	1	7	0	20	34
27		16	50				39		33	15				53		50	59			0	55	33
28		18	6			55	11		34	32			27	26		52	18			1	30	32
29		19	22				42		35	49				59		53	36			2	5	31
30		20	38			56	14		37	6			28	32		54	54				39	30
31		21	54				46		38	23			29	5		56	12			3	14	29
32		23	10			57	17		39	40				39		57	31				49	28
33		24	26				48		40	57			30	13		58	50			4	24	27
34		25	41			58	19		42	16				47	30	0	8			5	0	26
35		26	57				50		43	32			31	20		1	27				35	25
36		28	13			59	23		44	49				52		2	45			6	10	24
37		29	29				55		46	7			32	25		4	4				45	23
38		30	45	1	6	0	26		47	25			33	0		5	22			7	20	22
39		32	1			0	58		48	41				33		6	41				55	21
40		33	17			1	29		49	58			34	5		8	0			8	31	20
41		34	33			2	1		51	16				39		9	18			9	6	19
42		35	49				33		52	33			35	13		10	37				42	18
43		37	6			3	5		53	50				45		11	56			10	18	17
44		38	22				37		55	7			36	19		13	15				54	16
45		39	38			4	9		56	25				53		14	34			11	30	15
46		40	55				42		57	42			37	27		15	53			12	5	14
47		42	11			5	14		59	0			38	0		17	12				40	13
48		43	28				46	29	0	17				34		18	30			13	15	12
49		44	44			6	18		1	35			39	8		19	49				51	11
50		46	0				50		2	53				43		21	8			14	27	10
51		47	16			7	22		4	10			40	17		22	27			15	2	9
52		48	33				54		5	28				50		23	46				38	8
53		49	49			8	26		6	46			41	24		25	5			16	14	7
54		51	6				59		8	3				58		26	24				49	6
55		52	22			9	31		9	21			42	32		27	43			17	24	5
56		53	39			10	3		10	38			43	5		29	2			18	0	4
57		54	55				35		11	56				39		30	21				36	3
58		56	12			11	8		13	14			44	14		31	40			19	12	2
59		57	28				40		14	32				48		32	59				48	1
	grad. 65			65				64			64				63			63 complem.				

m. arcuũ	grad. 27	27	28	28	29	29 arcuũ.	m. cõpl.
	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	
	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	30 34 18	1 7 20 23	31 54 8	1 7 57 14	33 15 30	1 8 36 3	60
1	35 37	21 0	55 28	52	16 53	43	59
2	36 57	36	56 49	58 30	18 15	37 24	58
3	38 17	22 12	58 10	59 8	19 37	38 4	57
4	39 36	49	59 30	46	20 59	44	56
5	40 55	23 25	32 0 51	1 8 0 24	22 22	39 24	55
6	42 15	24 1	2 12	1 2	23 44	40 4	54
7	43 34	37	3 33	40	25 6	44	53
8	44 53	25 13	4 54	2 19	26 29	41 24	52
9	46 12	49	6 15	57	27 51	42 4	51
10	47 31	26 25	7 35	3 34	29 13	44	50
11	48 50	27 1	8 56	4 12	30 36	43 24	49
12	50 10	37	10 17	51	31 58	44 4	48
13	51 29	28 13	11 38	5 30	33 21	44	47
14	52 48	49	12 59	6 7	34 44	45 26	46
15	54 8	29 25	14 20	46	36 6	46 4	45
16	55 27	30 2	15 41	7 24	37 29	46	44
17	56 47	38	17 2	8 2	38 52	47 26	43
18	58 6	31 14	18 23	40	40 15	48 8	42
19	59 26	50	19 44	9 18	41 37	48	41
20	31 0 46	32 28	21 5	57	42 59	49 27	40
21	2 5	33 4	22 26	10 36	44 22	50 8	39
22	3 25	41	23 47	11 14	45 44	48	38
23	4 44	34 18	25 9	53	47 7	51 28	37
24	6 4	54	26 30	12 32	48 29	52 9	36
25	7 23	35 30	27 51	13 11	49 52	49	35
26	8 43	36 7	29 12	49	51 15	53 31	34
27	10 3	44	30 33	14 28	52 38	54 11	33
28	11 23	37 21	31 55	15 6	54 1	52	32
29	12 43	58	33 16	45	55 24	55 53	31
30	14 3	38 35	34 38	16 24	56 47	56 14	30
31	15 22	39 12	35 59	17 3	58 10	55	29
32	16 42	48	37 21	42	59 33	57 36	28
33	18 2	40 25	38 42	18 21	34 0 56	58 17	27
34	19 22	41 3	40 4	19 0	2 19	58	26
35	20 42	40	41 25	39	3 42	59 39	25
36	22 2	42 17	42 47	20 18	5 5	1 9 0 19	24
37	23 22	54	44 8	58	6 28	1 0	23
38	24 42	43 31	45 30	21 36	7 52	42	22
39	26 2	44 8	46 52	22 15	9 15	2 23	21
40	27 22	45	48 13	54	10 38	3 4	20
41	28 42	45 22	49 34	23 33	12 1	45	19
42	30 2	46 0	50 56	24 13	13 24	4 26	18
43	31 23	37	52 18	52	14 47	5 7	17
44	32 43	47 15	53 39	25 31	16 11	49	16
45	34 3	52	55 1	26 10	17 34	6 30	15
46	35 23	48 29	56 23	50	18 57	7 11	14
47	36 43	49 7	57 45	27 30	20 20	53	13
48	38 4	45	59 7	28 9	21 44	8 35	12
49	39 24	50 23	33 0 29	49	23 8	9 16	11
50	40 44	59	1 50	29 27	24 31	58	10
51	42 4	51 37	3 12	30 7	25 54	10 40	9
52	43 25	52 14	4 34	46	27 18	11 21	8
53	44 45	52	5 56	31 25	28 41	12 2	7
54	46 5	53 28	7 18	32 5	30 5	44	6
55	47 26	54 6	8 40	44	31 29	13 26	5
56	48 46	44	10 2	33 24	32 52	14 7	4
57	50 7	55 22	11 24	34 4	34 16	49	3
58	51 27	59	12 46	43	35 40	15 31	2
59	52 48	56 37	14 8	35 22	37 4	16 11	1
	grad. 62	62	61	61	60	60 complem.	

m. arcuū	grad. 30	30	31	31	32	32. arcuū.	m. cõpl.
	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	
	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	34 38 27	1 9 16 54	36 3 6	1 9 59 53	37 29 32	1 10 45 2	60
1	39 51	17 36	4 32	10 0 37	31 0	48	59
2	41 15	18 19	5 58	1 22	32 27	46 35	58
3	42 39	19 1	7 23	2 6	33 55	47 20	57
4	44 3	43	8 49	50	35 22	48 8	56
5	45 27	20 25	10 15	3 35	36 50	54	55
6	46 51	21 7	11 41	4 20	38 17	49 41	54
7	48 14	49	13 6	5 3	39 45	50 27	53
8	49 38	22 30	14 32	47	41 12	51 14	52
9	51 2	23 12	15 58	6 32	42 40	52 0	51
10	52 26	55	17 23	7 15	44 7	47	50
11	53 50	24 37	18 49	8 0	45 35	53 34	49
12	55 14	25 19	20 15	44	47 3	54 21	48
13	56 39	26 2	21 41	9 35	48 31	55 8	47
14	58 3	44	23 6	10 13	49 59	55	46
15	59 27	27 26	24 32	58	51 26	56 42	45
16	35 0 51	28 9	25 58	11 42	52 54	57 28	44
17	2 16	51	27 24	12 27	54 22	58 15	43
18	3 40	29 34	28 50	13 12	55 50	59 2	42
19	5 4	30 16	30 16	57	57 18	49	41
20	6 28	59	31 42	14 41	58 45	1 11 0 35	40
21	7 53	31 42	33 8	15 26	38 0 13	1 22	39
22	9 17	32 25	34 35	16 12	1 41	2 10	38
23	10 42	33 7	36 1	57	3 10	57	37
24	12 6	50	37 27	17 42	4 38	3 45	36
25	13 31	34 32	38 54	18 27	6 6	4 37	35
26	14 55	35 15	40 20	19 12	7 34	5 19	34
27	16 20	58	41 46	58	9 3	6 6	33
28	17 45	36 42	43 13	20 42	10 31	54	32
29	19 9	37 24	44 39	21 27	11 59	7 42	31
30	20 33	38 7	46 5	22 11	13 27	8 28	30
31	21 57	50	47 32	56	14 56	9 15	29
32	23 22	39 33	48 58	23 42	16 24	10 3	28
33	24 47	40 16	50 25	24 28	17 53	50	27
34	26 12	59	51 52	25 13	19 21	11 39	26
35	27 37	41 42	53 19	58	20 50	12 26	25
36	29 2	42 26	54 45	26 43	22 18	13 14	24
37	30 27	43 9	56 12	27 28	23 47	14 2	23
38	31 52	53	57 39	28 15	25 15	49	22
39	33 17	44 36	59 5	29 0	26 44	15 37	21
40	34 41	45 19	37 0 31	44	28 12	16 25	20
41	36 6	46 2	1 58	30 29	29 41	17 13	19
42	37 31	46	3 25	31 16	31 10	18 2	18
43	38 56	47 30	4 52	32 2	32 38	49	17
44	40 21	48 13	6 18	47	34 7	19 37	16
45	41 46	56	7 45	33 32	35 36	20 25	15
46	43 11	49 39	9 12	34 18	37 5	21 13	14
47	44 37	50 22	10 39	35 4	38 33	22 1	13
48	46 2	51 7	12 6	50	40 2	49	12
49	47 27	50	13 33	36 35	41 31	23 7	11
50	48 52	52 34	15 0	37 22	43 0	24 25	10
51	50 17	53 18	16 27	38 8	44 29	25 13	9
52	51 43	54 2	17 54	53	45 58	26 2	8
53	53 8	46	19 22	39 40	47 27	50	7
54	54 34	55 30	20 49	40 26	48 56	27 38	6
55	55 59	56 14	22 16	41 12	50 26	28 26	5
56	57 25	58	23 44	59	51 55	29 16	4
57	58 50	57 42	25 11	42 45	53 24	30 4	3
58	36 0 16	58 26	26 38	43 31	54 53	52	2
59	1 41	59 10	28 5	44 15	56 22	31 40	1
	grad. 59	59	58	58	57	57 complem.	

arcus m.	Bigrad. 33 Adscriptæ g.	m.	s.	33 Hypotenusæ sex.	g.	m.	s.	34 Adscriptæ g.	m.	s.	34 Hypotenusæ sex.	g.	m.	s.	35 Adscriptæ g.	m.	s.	35 arcuū. Hypotenusæ sex.	g.	m.	s.	m. cōpl.
0	38	57	51	1	11	32	29	40	28	15	1	12	22	23	42	0	45	1	13	14	48	60
1		59	20			33	17		29	47			23	14		2	18			15	42	59
2	39	0	50			34	6		31	18			24	6		3	52			16	35	58
3		2	19				54		32	50				57		5	26			17	29	57
4		3	48			35	43		34	21			25	48		7	0			18	23	56
5		5	17			36	31		35	53			26	40		8	34			19	17	55
6		6	47			37	20		37	25			27	32		10	9			20	12	54
7		8	16			38	9		38	56			28	23		11	43			21	6	53
8		9	46				58		40	28			29	14		13	16				59	52
9		11	16			39	47		42	0			30	15		14	49			22	53	51
10		12	46			40	37		43	31			30	57		16	23			23	46	50
11		14	16			41	26		45	3			31	48		17	57			24	40	49
12		15	45			42	15		46	34			32	39		19	31			25	35	48
13		17	15			43	4		48	6			33	31		21	5			26	29	47
14		18	45				54		49	38			34	23		22	40			27	24	46
15		20	15			44	45		51	10			35	14		24	14			28	19	45
16		21	45			45	32		52	42			36	7		25	48			29	13	44
17		23	15			46	21		54	14			36	58		27	22			30	8	43
18		24	45			47	11		55	46			37	50		28	57			31	2	42
19		26	15			48	0		57	18			38	42		30	31				57	41
20		27	45				50		58	50			39	34		32	5			32	51	40
21		29	15			49	40	41	0	22			40	25		33	40			33	46	39
22		30	46			50	30		1	54			41	18		35	14			34	40	38
23		32	16			51	20		3	27			42	9		36	49			35	35	37
24		33	46			52	9		4	59			43	3		38	23			36	29	36
25		35	16				59		6	31			43	55		39	58			37	24	35
26		36	46			53	48		8	4			44	47		41	32			38	19	34
27		38	17			54	38		9	36			45	39		43	7			39	14	33
28		39	47			55	28		11	8			46	31		44	41			40	8	32
29		41	17			56	18		12	41			47	23		46	16			41	3	31
30		42	47			57	7		14	13			48	16		47	50				58	30
31		44	18				57		15	46			49	8		49	25			42	53	29
32		45	48			58	47		17	18			50	1		50	59			43	47	28
33		47	19			59	37		18	51			50	54		52	34			44	42	27
34		48	49	1	12	0	27		20	24			51	47		54	9			45	38	26
35		50	20			1	17		21	56			52	40		55	44			46	33	25
36		51	51			2	8		23	29			53	31		57	19			47	29	24
37		53	21				58		25	2			54	24		58	54			48	24	23
38		54	52			3	48		26	35			55	17	43	0	29			49	19	22
39		56	23			4	38		28	8			56	10		2	4			50	14	21
40		57	53			5	28		29	40			57	2		3	39			51	10	20
41		59	24			6	19		31	13			57	55		5	14			52	6	19
42	40	0	54			7	9		32	46			58	48		6	50			53	2	18
43		2	25			8	0		34	19			59	41		8	25				57	17
44		3	56				50		35	52	1	13	0	34		10	0			54	53	16
45		5	27			9	40		37	25			1	27		11	35			55	48	15
46		6	58			10	31		38	58			2	20		13	11			56	45	14
47		8	29			11	22		40	31			3	13		14	46			57	40	13
48		10	0			12	12		42	4			4	6		16	22			58	37	12
49		11	31			13	2		43	37			5	0		17	58			59	32	11
50		13	2				53		45	11				53		19	33	1	14	0	28	10
51		14	33			14	43		46	44			6	47		21	9			1	24	9
52		16	4			15	34		48	18			7	40		22	44			2	20	8
53		17	36			16	25		49	51			8	33		24	20			3	16	7
54		19	7			17	17		51	24			9	26		25	56			4	13	6
55		20	38			18	8		52	58			10	19		27	32			5	8	5
56		22	10				59		54	31			11	13		29	8			6	5	4
57		23	41			19	50		56	5			12	7		30	44			7	1	3
58		25	12			20	40		57	38			13	0		32	20				57	2
59		26	43			21	31		59	11				54		33	56			8	53	1
	grad. 56			56				55			55				54			54 complem.				

arcus	grad. 36	36	37	37	38	38 arcuũ.	
m.	Adscriptæ g. m. 2.	Hypotenusæ sex. g. m. 2.	Adscriptæ g. m. 2.	Hypotenusæ sex. g. m. 2.	Adscriptæ g. m. 2.	Hypotenusæ sex. g. m. 2.	m. cō pl.
0	43 35 32	1 14 9 50	45 12 47	1 15 7 41	46 52 38	1 16 8 28	60
1	37 8	10 46	14 25	8 41	54 19	9 30	59
2	38 44	11 43	16 4	9 42	56 1	10 33	58
3	40 21	12 40	17 43	10 40	57 42	11 35	57
4	41 57	13 37	19 22	11 40	59 23	12 37	56
5	43 33	14 33	21 0	12 39	47 1 5	13 40	55
6	45 10	15 31	22 39	13 38	2 46	14 42	54
7	46 46	16 27	24 18	14 38	4 28	15 44	53
8	48 22	17 24	25 57	15 38	6 9	16 47	52
9	49 59	18 21	27 36	16 38	7 51	17 50	51
10	51 35	19 18	29 14	17 36	9 32	18 53	50
11	53 12	20 15	30 53	18 36	11 14	19 56	49
12	54 48	21 12	32 32	19 35	12 55	20 59	48
13	56 25	22 9	34 11	20 35	14 37	22 2	47
14	58 2	23 7	35 50	21 35	16 19	23 5	46
15	59 38	24 4	37 30	22 35	18 1	24 8	45
16	44 1 15	25 1	39 9	23 36	19 43	25 11	44
17	2 52	25 58	40 48	24 36	21 25	26 14	43
18	4 29	26 56	42 27	25 36	23 7	27 17	42
19	6 6	27 53	44 7	26 36	24 49	28 20	41
20	7 42	28 50	45 46	27 36	26 31	29 24	40
21	9 19	29 47	47 26	28 37	28 13	30 27	39
22	10 56	30 45	49 5	29 37	29 55	31 30	38
23	12 33	31 42	50 45	30 37	31 38	32 33	37
24	14 10	32 40	52 24	31 38	33 20	33 37	36
25	15 47	33 38	54 3	32 38	35 2	34 41	35
26	17 24	34 36	55 43	33 39	36 45	35 45	34
27	19 1	35 34	57 23	34 39	38 27	36 48	33
28	20 38	36 31	59 3	35 40	40 9	37 52	32
29	22 15	37 28	46 0 43	36 41	41 52	38 55	31
30	23 52	38 26	2 22	37 41	43 54	39 59	30
31	25 29	39 24	4 2	38 42	45 16	41 3	29
32	27 6	40 21	5 42	39 43	46 59	42 6	28
33	28 43	41 18	7 22	40 44	48 42	43 10	27
34	30 20	42 16	9 2	41 45	50 25	44 15	26
35	31 58	43 14	10 42	42 46	52 8	45 20	25
36	33 35	44 12	12 22	43 47	53 51	46 24	24
37	35 13	45 10	14 2	44 48	55 34	47 28	23
38	36 50	46 8	15 42	45 49	57 17	48 33	22
39	38 28	47 7	17 22	46 50	59 0	49 38	21
40	40 6	48 6	19 3	47 52	48 0 42	50 40	20
41	41 44	49 4	20 44	48 54	2 25	51 44	19
42	43 21	50 2	22 24	49 56	4 8	52 49	18
43	44 59	51 1	24 5	50 57	5 51	53 54	17
44	46 37	51 59	25 45	51 59	7 34	54 59	16
45	48 15	52 58	27 26	53 0	9 18	56 3	15
46	49 53	53 57	29 6	54 2	11 1	57 7	14
47	51 31	54 56	30 46	55 3	12 44	58 12	13
48	53 9	55 54	32 27	56 5	14 28	59 17	12
49	54 47	56 53	34 8	57 7	16 11	1 17 0 21	11
50	56 24	57 51	35 48	58 8	17 54	1 26	10
51	58 2	58 50	37 29	59 10	19 38	2 31	9
52	59 40	59 48	39 10	1 16 0 12	21 22	3 38	8
53	45 1 19	1 15 0 47	40 51	1 14	23 5	4 42	7
54	2 57	1 47	42 32	2 16	24 49	5 46	6
55	4 35	2 46	44 13	3 18	26 33	6 51	5
56	6 14	3 45	45 54	4 20	28 17	7 57	4
57	7 52	4 43	47 35	5 22	30 1	9 2	3
58	9 30	5 42	49 16	6 24	31 45	10 8	2
59	11 9	6 41	50 57	7 26	33 29	11 13	1
	grad. 53	53	52	52	51	51 complem.	

m. arcus	grad. 39 Adscriptæ g. m. s.	39 Hypotenusæ sex. g. m. s.	40 Adscriptæ g. m. s.	40 Hypotenusæ sex. g. m. s.	41 Adscriptæ g. m. s.	41 arcuũ. Hypotenusæ sex. g. m. s.	m. cōpl.
0	48 35 12	1 17 12 18	50 20 45	1 18 19 28	52 9 26	1 19 30 4	60
1	36 56	13 23	22 32	20 37	11 16	31 16	59
2	38 40	14 29	24 19	21 47	13 7	32 29	58
3	40 25	15 33	26 7	22 56	14 57	33 42	57
4	42 9	16 41	27 54	24 6	16 48	34 54	56
5	43 53	17 46	29 42	25 15	18 38	36 6	55
6	45 37	18 32	31 29	26 24	20 29	37 19	54
7	47 22	19 58	33 17	27 33	22 20	38 32	53
8	49 6	21 4	35 4	28 43	24 11	39 45	52
9	50 51	22 10	36 52	29 56	26 1	40 57	51
10	52 35	23 15	38 39	31 1	27 51	42 9	50
11	54 20	24 21	40 27	32 10	29 42	43 22	49
12	56 3	25 28	42 15	33 21	31 33	44 35	48
13	57 50	26 34	44 3	34 30	33 24	45 48	47
14	59 34	27 40	45 51	35 40	35 15	47 2	46
15	49 1 19	28 46	47 38	36 49	37 6	48 15	45
16	3 4	29 53	49 26	37 59	38 58	49 29	44
17	4 49	31 0	51 14	39 9	40 49	50 42	43
18	6 34	32 6	53 2	40 18	42 41	51 56	42
19	8 19	33 13	54 50	41 27	44 32	53 10	41
20	10 3	34 19	56 37	42 37	46 23	54 23	40
21	11 48	35 26	58 25	43 47	48 15	55 36	39
22	13 33	36 32	52 0 13	44 57	50 6	56 50	38
23	15 18	37 38	2 2	46 7	51 58	58 4	37
24	17 3	38 45	3 50	47 18	53 50	59 18	36
25	18 48	39 52	5 39	48 28	55 42	1 20 0 32	35
26	20 34	41 0	7 27	49 38	57 34	1 45	34
27	22 19	42 6	9 16	50 48	59 26	3 0	33
28	24 4	43 13	11 4	52 0	53 1 18	4 15	32
29	25 50	44 20	12 53	53 9	3 10	5 29	31
30	27 36	45 28	14 41	54 19	5 1	6 42	30
31	29 22	46 35	16 30	55 30	6 53	7 56	29
32	31 7	47 42	18 19	56 41	8 45	9 11	28
33	32 53	48 50	20 8	57 52	10 37	10 26	27
34	34 39	49 58	21 57	59 3	12 30	11 41	26
35	36 25	51 6	23 46	1 19 0 13	14 22	12 55	25
36	38 11	52 13	25 35	1 24	16 14	14 9	24
37	39 57	53 20	27 24	2 35	18 7	15 24	23
38	41 43	54 28	29 13	3 46	19 59	16 39	22
39	43 29	55 35	31 2	4 57	21 52	17 54	21
40	45 14	56 43	32 51	6 8	23 44	19 8	20
41	47 0	57 50	34 41	7 19	25 37	20 21	19
42	48 46	58 58	36 30	8 31	27 30	21 39	18
43	50 32	1 18 0 6	38 20	1 42	29 23	21 54	17
44	52 19	1 15	49 9	10 54	31 16	24 9	16
45	54 3	2 23	42 0	12 6	33 8	25 24	15
46	55 32	3 31	43 48	13 17	35 1	26 39	14
47	57 38	4 39	45 37	14 28	36 54	27 54	13
48	59 25	5 48	47 27	15 40	38 47	29 9	12
49	50 1 11	5 56	49 17	16 31	40 40	30 24	11
50	2 57	8 3	51 6	18 3	42 32	31 39	10
51	4 43	9 11	52 56	19 15	44 25	32 54	9
52	6 30	10 20	54 46	20 27	46 19	34 10	8
53	8 17	11 28	56 36	21 39	48 12	35 26	7
54	10 4	12 37	58 26	22 52	50 6	36 42	6
55	11 31	13 46	52 0 16	24 4	51 39	37 58	5
56	13 38	14 55	2 6	25 16	53 53	39 13	4
57	15 25	16 4	3 56	26 28	55 47	40 29	3
58	17 12	17 12	5 46	27 40	57 41	41 46	2
59	18 59	18 20	7 36	28 52	59 34	43 2	1
	grad. 50	[illegible]	49	49	48	48 complem.	

m. arcus	grad. 42	42	43	43	44	44 arcuū.	m. cōpl.
	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	
	[redacted] g. m̄. ſ̄.	EX. g̅. m̄. ſ̄.	[redacted] g. m̄. ſ̄.	EX. g̅. m̄. ſ̄.	[redacted] g. m̄. ſ̄.	EX. g̅. m̄. ſ̄.	
0	54 1 27	1 20 44 17	55 57 3	1 22 2 23	57 56 28	1 23 24 35	60
1	3 21	45 33	59 0	5 43	58 30	26 0	59
2	5 15	46 48	56 0 58	5 3	58 0 32	27 25	58
3	7 9	48 4	2 56	6 23	2 34	28 49	57
4	9 13	49 21	4 54	7 44	4 35	30 14	56
5	10 57	50 37	6 52	9 4	6 37	31 39	55
6	12 51	51 54	8 50	10 25	8 39	33 4	54
7	14 45	53 10	10 48	11 46	10 41	34 29	53
8	16 39	54 27	12 46	13 7	12 43	35 54	52
9	18 33	55 44	14 44	14 28	14 44	37 19	51
10	20 27	57 0	16 41	15 52	16 46	38 42	50
11	22 22	58 17	18 39	17 11	18 48	40 7	49
12	24 17	59 35	20 38	18 29	20 51	41 33	48
13	26 12	1 21 0 52	22 36	19 50	22 54	42 58	47
14	28 7	2 10	24 35	21 11	24 56	44 24	46
15	30 1	3 27	26 34	22 32	26 58	45 5[illegible]	45
16	31 56	4 44	28 32	23 54	29 1	47 15	44
17	33 51	5 1	30 31	25 15	31 4	48 40	43
18	35 45	7 18	32 30	26 37	33 6	50 6	42
19	37 40	8 35	34 28	27 58	35 8	51 32	41
20	39 34	9 52	36 26	29 19	37 11	52 57	40
21	41 29	11 9	38 25	30 40	39 14	54 23	39
22	43 24	12 26	40 24	32 2	41 17	55 49	38
23	45 20	13 44	42 23	33 23	43 20	57 15	37
24	47 15	15 2	44 22	34 45	45 23	58 41	36
25	49 10	16 20	46 21	36 7	47 26	1 24 0 6	35
26	51 6	17 38	48 20	37 28	49 29	1 33	34
27	53 1	18 56	50 19	38 51	51 32	2 59	33
28	54 57	20 14	52 18	40 13	53 35	4 25	32
29	56 52	21 32	54 17	41 35	55 38	5 51	31
30	58 47	22 49	56 17	42 57	57 42	7 18	30
31	55 0 43	24 7	58 17	44 19	59 45	8 44	29
32	2 39	25 26	57 0 16	45 42	59 1 49	10 11	28
33	4 35	26 44	2 15	47 4	3 53	11 38	27
34	6 31	28 3	4 15	48 27	5 57	13 6	26
35	8 27	29 22	6 15	49 49	8 1	14 32	25
36	10 23	30 40	8 14	51 11	10 4	16 0	24
37	12 19	31 59	10 14	52 34	12 8	17 26	23
38	14 15	33 17	12 14	53 57	14 12	18 53	22
39	16 11	34 35	14 14	55 20	16 16	20 20	21
40	18 6	35 53	16 14	56 43	18 20	21 47	20
41	20 3	37 12	18 14	58 6	20 25	23 14	19
42	22 0	38 31	20 15	59 30	22 29	24 43	18
43	23 56	39 50	22 15	1 23 0 53	24 33	26 10	17
44	25 52	41 9	24 16	2 17	26 38	27 38	16
45	27 49	42 28	26 16	3 40	28 43	29 6	15
46	29 45	43 47	28 17	5 4	30 47	30 33	14
47	31 42	45 6	30 17	6 27	32 52	32 0	13
48	33 38	46 25	32 17	7 49	34 57	33 29	12
49	35 34	47 44	34 18	9 12	37 1	34 57	11
50	37 31	49 4	36 18	10 36	39 6	36 24	10
51	39 28	50 23	38 19	12 0	41 11	37 52	9
52	41 25	51 43	40 20	13 24	43 17	39 21	8
53	43 22	53 3	42 21	14 48	45 22	40 49	7
54	45 20	54 23	44 22	16 12	47 27	42 17	6
55	47 17	55 43	46 23	17 36	49 33	43 46	5
56	49 14	57 2	48 24	18 59	51 38	45 14	4
57	51 11	58 22	50 25	20 23	53 43	46 43	3
58	53 9	59 43	52 26	21 47	55 49	48 12	2
59	55 6	1 22 1 3	54 27	23 11	57 54	49 40	1
	grad. 47	47	46	46	45	45 complem.	

m. arcuû.	grad. 45 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	45 Hypotenuſæ sex. g. m. [illegible]	46 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	46 Hypotenuſæ sex. g. m. [illegible]	47 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	47 arcuû. Hypotenuſæ sex. g. m. [illegible]	m. cõpl.
0	1 0 0 0	1 24 51 10	1 2 7 52	1 26 22 22	1 4 20 29	1 27 58 33	60
1	0 2 6	52 38	10 3	23 56	22 44	1 28 0 12	59
2	4 11	54 7	12 14	25 31	25 0	1 51	58
3	6 17	55 36	14 22	27 6	27 13	3 30	57
4	8 24	57 6	16 34	28 38	29 30	5 10	56
5	10 29	58 35	18 45	30 13	31 45	6 49	55
6	12 35	1 25 0 3	20 56	31 47	34 2	8 29	54
7	14 42	1 32	23 7	33 22	36 16	10 8	53
8	16 47	3 2	25 18	34 56	38 31	11 46	52
9	18 53	4 31	27 29	36 30	40 48	13 25	51
10	21 0	6 1	29 40	38 5	43 3	15 5	50
11	23 5	7 32	31 52	39 40	45 18	16 45	49
12	25 13	9 1	34 3	41 15	47 36	18 26	48
13	27 20	10 30	36 15	42 50	49 54	20 6	47
14	29 25	12 0	38 27	44 26	52 9	21 46	46
15	31 33	13 29	40 38	46 1	54 27	23 26	45
16	33 40	15 2	42 50	47 36	56 42	25 7	44
17	35 45	16 32	45 1	49 11	59 0	26 47	43
18	37 53	18 2	47 13	50 46	1 5 1 15	28 28	42
19	40 1	19 32	49 24	52 21	3 31	30 8	41
20	42 6	21 1	51 36	53 56	5 48	31 48	40
21	44 14	22 32	53 46	55 31	8 7	33 30	39
22	46 22	24 3	56 0	57 7	10 23	33 11	38
23	48 28	25 33	58 12	58 42	12 41	36 53	37
24	50 36	27 4	1 3 0 24	1 27 0 18	14 59	38 35	36
25	52 45	28 35	2 37	1 54	17 15	40 26	35
26	54 51	30 6	4 49	3 30	19 33	41 56	34
27	56 59	31 37	7 1	5 6	21 51	43 37	33
28	59 7	33 8	9 14	6 42	24 7	45 18	32
29	1 1 1 13	34 39	11 27	8 18	26 25	47 0	31
30	3 22	36 10	13 39	9 54	28 41	48 40	30
31	5 28	37 41	15 51	11 30	30 58	50 20	29
32	7 37	39 12	18 4	13 6	33 17	52 3	28
33	9 46	40 43	20 17	14 42	35 35	53 44	27
34	11 53	42 14	22 30	16 19	37 52	55 26	26
35	14 2	43 45	24 43	17 56	40 12	57 8	25
36	16 11	45 19	26 56	19 32	42 29	58 50	24
37	18 18	46 50	29 9	21 8	44 48	1 29 0 32	23
38	20 27	48 22	31 22	22 45	47 6	2 15	22
39	22 34	49 53	33 35	24 22	49 23	3 57	21
40	24 45	51 27	35 48	25 59	51 42	5 39	20
41	26 54	53 0	38 2	27 36	54 2	7 22	19
42	29 4	54 33	40 16	29 15	56 19	9 4	18
43	31 14	56 5	42 29	30 52	58 39	10 47	17
44	33 21	57 37	44 42	32 28	1 6 0 58	12 31	16
45	35 30	59 9	46 56	34 5	3 15	14 13	15
46	37 38	1 26 0 40	49 9	35 43	5 35	15 55	14
47	39 48	2 12	51 24	37 21	7 54	17 38	13
48	41 55	3 44	53 38	39 0	10 13	19 21	12
49	44 4	5 16	55 51	40 36	12 32	21 4	11
50	46 14	6 50	58 5	42 13	14 51	22 46	10
51	48 24	8 24	1 4 0 20	43 51	17 11	24 30	9
52	30 35	9 58	2 34	45 29	19 31	26 14	8
53	52 43	11 33	4 48	47 7	21 51	27 58	7
54	54 53	13 3	7 4	48 46	24 11	29 42	6
55	57 3	14 36	9 18	50 24	26 31	31 26	5
56	59 11	16 7	11 32	52 1	28 51	33 9	4
57	1 2 1 22	17 41	13 46	53 39	31 11	34 53	3
58	3 32	19 15	16 0	55 17	33 31	36 37	2
59	5 42	20 49	18 14	56 55	35 51	38 21	1
	grad. 44	44	43	43	42	42 complem.	

m. arcuũ	grad. 48	48	49	49	50	50 arcuũ.	m. compl.
	Adscriptæ	Hypotenusæ	Adscriptæ	Hypotenusæ	Adscriptæ	Hypotenusæ	
	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	1 6 38 11	1 29 40 5	1 9 1 20	1 31 27 19	1 11 30 19	1 33 20 36	60
1	40 32	41 50	3 46	29 9	32 51	22 32	59
2	42 53	43 35	6 12	31 0	35 22	24 28	58
3	45 13	45 20	8 40	32 50	37 55	26 25	57
4	47 33	47 3	11 6	34 42	40 28	28 23	56
5	49 53	48 48	13 32	36 32	43 1	30 20	55
6	52 16	50 34	15 58	38 22	45 32	32 16	54
7	54 36	52 19	18 24	40 13	48 [illegible] 5	34 14	53
8	56 57	54 3	20 52	42 5	50 38	36 11	52
9	59 17	55 48	23 18	43 55	53 9	38 9	51
10	1 7 1 38	57 32	25 44	45 45	55 43	40 5	50
11	4 0	59 18	28 11	47 36	58 17	42 3	49
12	6 23	1 30 1 5	30 39	49 29	1 12 0 51	44 2	48
13	8 44	2 50	33 5	51 20	2 24	46 0	47
14	11 5	4 35	35 34	53 12	5 58	47 58	46
15	13 28	6 21	38 1	55 4	8 31	49 56	45
16	15 50	8 8	40 29	56 56	11 5	51 54	44
17	18 13	9 54	42 58	58 48	13 38	53 52	43
18	20 34	11 40	45 24	1 32 0 39	16 12	55 50	42
19	22 55	13 25	47 53	2 31	18 46	57 48	41
20	25 16	15 10	50 19	4 23	21 20	59 48	40
21	27 38	16 56	52 48	6 15	23 55	1 34 1 48	39
22	30 1	18 43	55 15	8 8	26 29	3 47	38
23	32 23	20 29	57 44	10 0	29 3	5 46	37
24	34 46	22 16	1 10 0 11	11 54	31 37	7 45	36
25	37 8	24 2	2 42	13 46	34 13	9 44	35
26	39 30	25 48	5 11	15 38	36 47	11 43	34
27	41 53	27 35	7 40	17 30	39 21	13 43	33
28	44 17	29 23	10 7	19 25	41 57	15 42	32
29	46 41	31 10	12 34	21 17	44 32	17 41	31
30	49 3	32 57	15 3	23 10	47 8	19 40	30
31	51 28	34 44	17 33	25 3	49 42	21 40	29
32	53 50	36 33	20 2	26 57	52 16	23 40	28
33	56 12	38 20	22 32	28 50	54 53	25 41	27
34	58 36	40 7	25 0	30 43	57 30	27 41	26
35	1 8 1 0	41 54	27 29	32 37	1 13 0 4	29 42	25
36	3 22	43 41	29 58	34 31	2 41	31 43	24
37	5 46	45 29	32 28	36 25	5 16	33 44	23
38	8 10	47 17	34 57	38 18	7 53	35 45	22
39	10 35	49 5	37 27	40 12	10 8	37 46	21
40	12 57	50 53	39 57	42 7	13 5	39 49	20
41	15 22	52 41	42 28	44 2	15 43	41 49	19
42	17 45	54 20	44 58	45 57	18 20	43 50	18
43	20 9	56 1[illegible]	47 28	47 52	20 57	45 50	17
44	22 34	58 6	49 58	49 46	23 34	47 51	16
45	24 58	59 55	52 30	51 41	26 9	49 51	15
46	27 23	1 31 1 45	55 1	53 37	28 46	51 51	14
47	29 48	3 33	57 31	55 32	31 24	53 52	13
48	32 13	5 21	1 11 0 3	57 28	34 1	55 54	12
49	34 38	7 10	2 33	59 23	36 36	57 55	11
50	37 3	9 0	5 3	1 33 1 16	39 13	59 56	10
51	39 29	10 5[illegible]	7 34	3 12	41 51	1 35 1 58	9
52	41 55	12 40	10 6	5 8	44 28	4 0	8
53	44 20	14 9	12 37	7 3	47 6	6 3	7
54	46 45	16 18	15 7	8 58	49 45	8 6	6
55	49 10	18 8	17 38	10 3	52 23	10 8	5
56	51 38	20 0	20 8	12 47	55 1	12 11	4
57	54 3	21 50	22 41	14 43	57 39	14 14	3
58	56 29	23 39	25 11	16 39	1 14 0 16	16 16	2
59	58 54	25 19	27 44	18 34	2 56	18 20	1
	grad. 41	41	40	40	39	39 complem	

arcuū	grad. 51 Adſcriptæ sex.g̃. m̃. 2̃.	51 Hypotenuſæ sex.g̃. m̃. 2̃.	52 Adſcriptæ sex.g̃. m̃. 2̃.	52 Hypotenuſæ sex.g̃. m̃. 2̃.	53 Adſcriptæ sex.g̃. m̃. 2̃.	53 arcuū. Hypotenuſæ sex.g̃. m̃. 2̃.	m. compl.
0	1 14 5 36	1 35 2[illegible] 27	1 16 47 46	1 37 27 21	1 19 37 21	1 39 41 14	60
1	8 15	22 30	50 31	29 31	40 15	44 12	59
2	10 53	24 34	53 18	31 42	43 8	46 11	58
3	13 31	26 38	56 3	33 52	46 2	48 50	57
4	16 9	28 41	58 48	36 2	48 56	51 9	56
5	18 47	30 45	1 17 1 35	38 11	51 49	53 27	55
6	21 25	32 49	4 22	40 25	54 43	55 46	54
7	24 5	34 53	7 9	42 37	57 37	58 6	53
8	26 46	36 57	9 56	44 4[illegible]	1 20 0 32	1 40 0 2[illegible]	52
9	29 28	38 2	12 43	4[illegible] 1	3 26	2 44	51
10	32 8	41 7	15 30	49 13	6 20	5 3	50
11	34 49	43 11	18 18	51 25	9 15	7 24	49
12	37 30	45 15	21 5	53 37	12 11	9 45	48
13	40 8	47 20	23 57	55 49	15 5	12 5	47
14	42 49	49 24	26 40	58 2	18 1	14 25	46
15	45 28	51 2[illegible]	29 28	1 38 0 14	21 0	16 45	45
16	48 8	53 34	32 15	2 27	23 53	19 7	44
17	50 49	55 37	35 3	4 40	25 49	21 2[illegible]	43
18	53 30	57 43	37 52	6 54	29 43	23 51	42
19	56 11	59 49	40 42	9 7	32 44	26 12	41
20	58 52	1 36 1 55	43 29	11 21	35 38	28 33	40
21	1 15 1 34	4 2	46 6	13 34	38 32	[illegible] 55	39
22	4 17	6 9	49 6	15 48	41 30	33 15	38
23	6 58	8 15	51 54	18 [illegible]	44 27	35 36	37
24	9 39	10 2[illegible]	54 44	20 16	47 23	37 58	36
25	12 20	12 26	57 32	22 29	50 20	40 20	35
26	15 1	14 32	1 18 0 20	24 42	53 16	42 41	34
27	17 42	16 38	3 8	26 55	56 13	45 4	33
28	20 23	18 44	5 56	29 8	59 12	47 28	32
29	23 4	20 51	8 44	31 22	1 21 2 9	4[illegible] [illegible]	31
30	25 48	22 57	11 34	33 36	5 6	[illegible] 12	30
31	28 32	25 6	14 23	35 50	8 3	54 34	29
32	31 13	27 13	17 13	38 5	11 0	56 56	28
33	33 57	29 21	20 5	40 20	14 0	59 2[illegible]	27
34	36 39	31 28	22 53	42 35	16 58	1 41 1 45	26
35	39 20	33 [illegible]	25 45	44 51	19 57	4 9	25
36	42 4	35 4[illegible]	28 36	47 8	22 56	6 33	24
37	44 46	37 5[illegible]	31 27	49 24	25 55	8 57	23
38	47 29	39 57	34 17	51 39	28 54	11 2[illegible]	22
39	50 13	42 5	37 8	[illegible]	31 53	13 46	21
40	52 57	44 15	40 0	56 12	34 52	16 10	20
41	55 39	46 22	42 51	58 27	37 50	18 34	19
42	58 23	48 [illegible]	45 39	1 39 0 41	40 49	20 57	18
43	1 16 1 9	50 4[illegible]	48 30	2 57	43 48	23 21	17
44	3 53	52 48	51 21	5 13	46 47	25 46	16
45	6 35	5[illegible] 57	54 14	7 [illegible]	49 46	28 10	15
46	9 19	57 6	57 4	9 46	52 46	30 35	14
47	12 1	59 14	59 55	12 2	55 45	33 [illegible]	13
48	14 45	1 37 1 2[illegible]	1 19 2 46	14 18	58 44	[illegible] 24	12
49	17 30	3 3[illegible]	5 39	16 36	1 22 1 46	[illegible] 49	11
50	20 14	5 4[illegible]	8 32	18 51	4 45	[illegible] 1[illegible]	10
51	23 1	7 5	10 24	21 11	7 47	42 4	9
52	25 45	10 0	14 17	23 29	10 46	45 7	8
53	28 30	12 [illegible]	17 8	25 46	13 48	[illegible] 34	7
54	31 14	14 2[illegible]	20 1	28 3	16 50	[illegible] 1	6
55	34 0	[illegible]	22 54	30 21	19 51	52 28	5
56	36 45	18 4[illegible]	25 50	32 42	22 53	54 55	4
57	39 30	20 50	28 43	[illegible]	25 53	57 21	3
58	42 15	2[illegible] [illegible]	31 36	37 18	28 54	59 46	2
59	45 3	25 1[illegible]	34 29	39 36	31 56	1 42 2 1[illegible]	1
	grad. 38	38	37	37	36	36 complem.	

arcus min.	grad. 54 Adſcriptæ sex.g. m. 2.	54 Hypotenuſæ sex.g. m. 2.	55 Adſcriptæ sex.g. m. 2.	55 Hypotenuſæ sex.g. m. 2.	56 Adſcriptæ sex.g. m. 2.	arcũ. Hypotenuſæ sex.g. m. 2.	min.
0	1 22 34 58	1 42 4 41	1 25 41 19	1 44 36 23	1 28 57 15	1 47 17 5[illegible]	60
1	38 0	7 8	44 29	39 6	29 0 35	5 39	59
2	41 2	9 16	47 42	41 37	3 58	13 26	58
3	44 4	11 3	50 55	44 15	7 19	20 14	57
4	47 6	14 30	54 7	46 55	10 42	20 2	56
5	50 8	16 57	57 18	49 10	14 2	[illegible]	55
6	53 10	19 25	1 26 0 30	52 [illegible]	17 23	34 [illegible]	54
7	56 12	21 51	3 41	54 44	20 46	37 22	53
8	59 16	24 21	6 54	57 22	24 6	40 [illegible]	52
9	1 23 2 19	26 50	10 6	1 45 0 [illegible]	27 29	42 57	51
10	5 23	29 19	13 19	2 38	30 52	45 46	50
11	8 26	31 48	16 31	5 16	34 15	48 34	49
12	11 30	34 16	19 44	7 54	37 36	[illegible] 21	48
13	14 32	36 44	22 57	10 3	40 59	[illegible]	47
14	17 37	39 11	26 10	13 11	44 22	56 58	46
15	20 41	41 42	29 23	15 49	47 45	59 47	45
16	23 44	44 12	32 36	18 28	51 8	1 48 2 36	44
17	26 49	46 42	35 49	21 [illegible]	54 33	[illegible]	43
18	29 54	49 12	39 2	23 45	57 58	[illegible]	42
19	32 58	51 42	42 17	26 20	1 30 1 24	11 7	41
20	36 3	54 [illegible]	45 32	[illegible]	4 47	13 58	40
21	39 8	56 42	48 46	31 47	8 13	16 40	39
22	42 13	59 12	52 1	34 27	11 36	19 38	38
23	45 18	1 43 1 42	55 14	37 [illegible]	15 1	22 [illegible]	37
24	48 23	4 13	58 29	39 46	18 27	25 21	36
25	51 28	6 43	1 27 1 44	42 27	21 52	28 12	35
26	54 33	9 13	5 0	45 8	25 17	31 2	34
27	57 38	11 43	8 15	47 48	28 43	33 54	33
28	1 24 0 45	14 16	11 30	50 29	32 10	36 47	32
29	3 53	16 48	14 46	53 10	35 36	[illegible] 39	31
30	7 0	19 2	18 1	55 51	39 1	42 30	30
31	10 6	21 52	21 17	58 33	42 27	45 23	29
32	13 13	24 25	24 34	46 1 15	45 55	48 15	28
33	16 21	26 58	27 52	3 57	49 21	51 7	27
34	19 28	29 31	31 11	6 40	52 48	54 0	26
35	22 34	32 3	34 25	9 22	56 14	56 51	25
36	25 41	34 35	37 41	12 4	59 40	59 44	24
37	28 49	3[illegible] 8	41 0	14 47	1 31 3 8	1 49 2 37	23
38	31 56	39 4	44 16	17 [illegible]	6 36	5 30	22
39	35 4	42 13	47 34	20 12	10 1	8 23	21
40	38 11	44 46	50 50	22 55	13 31	11 17	20
41	41 19	47 18	54 8	25 38	17 0	14 1[illegible]	19
42	44 29	49 5	57 26	28 22	20 27	17 5	18
43	47 34	52 20	1 28 0 44	31 5	23 57	20 0	17
44	50 42	55 0	4 2	33 49	27 25	[illegible]	16
45	53 52	57 34	7 18	36 32	30 55	25 49	15
46	57 0	1 44 0 8	10 36	39 15	34 21	28 42	14
47	1 25 0 9	2 42	13 56	42 0	37 51	31 27	13
48	3 17	5 [illegible]	17 16	44 45	41 19	34 32	12
49	6 27	7 49	20 35	47 0	44 50	37 28	11
50	9 37	10 26	23 53	[illegible]	48 20	[illegible]	10
51	12 47	13 2	27 12	52 58	51 50	43 2	9
52	15 58	15 38	30 32	55 43	55 20	46 13	8
53	19 9	18 [illegible]	33 52	58 20	58 50	49 11	7
54	22 19	20 5	37 13	1 47 1 15	1 32 2 21	52 8	6
55	25 28	23 25	40 33	4 1	5 53	55 5	5
56	28 38	26 [illegible]	43 53	6 47	9 24	58 [illegible]	4
57	31 48	29 35	47 14	9 [illegible]	12 55	1 50 1 [illegible]	3
58	34 58	31 11	50 34	12 19	16 26	3 56	2
59	38 8	33 47	53 55	15 5	19 56	6 54	1
	grad. 35	35	34	34	33	33 complem.	

m. arcuū	grad. 57	57	58	58	59	59 arcuū.	m. cōpl.
	Adscriptæ	Hypotenusæ	Adscriptæ	Hypotenusæ	Adscriptæ	Hypotenusæ	
	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	1 32 23 31	1 50 9 53	1 36 1 12	1 53 13 29	1 39 51 22	1 56 29 44	60
1	27 2	12 51	4 57	16 40	55 19	33 7	59
2	30 35	15 49	8 42	19 52	59 16	36 30	58
3	34 8	18 47	12 27	23 3	1 40 3 14	39 54	57
4	37 41	21 45	16 12	26 14	7 13	43 19	56
5	41 14	24 43	19 54	29 24	11 9	46 43	55
6	44 46	27 41	23 39	32 34	15 8	50 7	54
7	48 19	30 40	27 24	35 45	19 6	53 32	53
8	51 52	33 39	31 10	38 56	23 5	56 56	52
9	55 25	36 39	34 55	42 7	27 3	1 57 0 21	51
10	59 0	39 39	38 40	45 18	31 2	3 46	50
11	1 33 2 33	42 38	42 27	48 30	35 1	7 12	49
12	6 6	45 37	46 12	51 42	39 2	10 38	48
13	9 41	48 38	50 1	54 55	43 1	14 4	47
14	13 17	51 39	53 48	58 8	47 1	17 30	46
15	16 52	54 40	57 33	1 54 1 21	51 2	20 57	45
16	20 27	57 41	1 37 1 20	4 34	55 3	24 25	44
17	24 0	1 51 0 41	5 8	7 48	59 4	27 52	43
18	27 36	3 42	8 55	11 1	1 41 3 5	31 19	42
19	31 11	6 43	12 42	14 14	7 6	34 47	41
20	34 46	9 44	16 31	17 28	11 7	38 14	40
21	38 22	12 46	20 19	20 3	15 9	41 42	39
22	42 0	15 49	24 9	23 58	19 10	45 9	38
23	45 37	18 52	27 58	27 12	23 13	48 38	37
24	49 14	21 56	31 45	30 26	27 16	52 7	36
25	52 50	24 58	35 35	33 41	31 17	55 35	35
26	56 27	28 1	39 24	36 57	35 20	59 3	34
27	1 34 0 5	31 5	43 13	39 12	39 23	1 58 2 32	33
28	3 42	34 8	47 2	43 27	43 26	6 2	32
29	7 20	37 10	50 52	46 42	47 29	9 31	31
30	10 55	40 13	54 41	49 58	51 33	13 2	30
31	14 33	43 16	58 33	53 15	55 39	16 33	29
32	18 10	46 19	1 38 2 25	56 33	59 43	20 4	28
33	21 49	49 23	6 16	59 50	1 42 3 48	23 35	27
34	25 26	52 27	10 6	1 55 3 8	7 53	27 6	26
35	29 4	55 31	13 56	6 25	11 57	30 37	25
36	32 42	58 35	17 47	9 41	16 2	34 8	24
37	36 20	1 52 1 40	21 37	12 58	20 10	37 40	23
38	40 0	4 44	25 29	16 16	24 15	41 11	22
39	43 17	7 49	29 20	19 34	28 23	44 45	21
40	47 17	10 54	33 14	22 53	32 26	48 17	20
41	50 56	14 0	37 6	26 11	36 32	51 49	19
42	54 36	17 5	40 58	29 29	40 38	55 21	18
43	58 18	20 12	44 50	32 48	44 46	58 54	17
44	1 35 1 58	23 19	48 44	36 7	48 53	1 59 2 28	16
45	5 38	26 26	52 38	39 26	53 1	6 2	15
46	9 19	29 32	56 30	42 45	57 9	9 37	14
47	13 3	32 39	1 39 0 25	46 5	1 43 1 17	13 11	13
48	16 41	35 46	4 19	49 26	5 24	16 44	12
49	20 25	38 53	8 13	53 46	9 34	20 19	11
50	24 3	42 0	12 7	56 7	13 42	23 55	10
51	27 46	45 7	16 2	59 28	17 50	27 30	9
52	31 26	48 15	19 58	1 56 2 50	22 0	31 5	8
53	35 9	51 23	23 52	6 11	26 8	34 41	7
54	38 51	54 32	27 49	9 33	30 19	38 17	6
55	42 36	57 41	31 43	12 54	34 29	41 53	5
56	46 18	1 53 0 51	35 39	16 16	38 39	45 29	4
57	50 1	4 0	39 33	19 38	42 49	49 6	3
58	53 43	7 8	43 30	23 0	46 59	52 42	2
59	57 28	10 18	47 26	26 21	51 11	56 22	1
	grad. 32	32	31	31	30	30 complem.	

m. arcus	grad. 60 Adſcriptæ sex.g. m. 2.	60 Hypotenuſæ sex g. m. 2.	61 Adſcriptæ sex.g. m. 2.	61 Hypotenuſæ sex g. m. 2.	62 Adſcriptæ sex.g. m. 2.	62 arcuũ. Hypotenuſæ sex g. m. 2.	m. cõpl.
0	1 43 55 21	2 0 0 0	1 48 14 34	2 3 45 35	1 52 50 38	2 7 48 [illegible]	60
1	59 34	3 37	19 2	49 29	55 24	52 24	59
2	1 44 3 46	7 14	23 30	53 24	1 53 0 9	56 36	58
3	7 58	10 51	27 58	57 19	4 57	2 8 0 49	57
4	12 8	14 29	32 26	2 4 1 13	9 42	5 3	56
5	16 21	18 7	36 54	5 8	14 28	9 15	55
6	20 33	21 47	41 24	9 4	19 13	13 27	54
7	24 47	25 27	45 54	13 0	24 1	17 41	53
8	29 0	29 7	50 22	16 55	28 49	21 56	52
9	33 14	32 47	54 52	20 51	33 36	26 10	51
10	37 27	36 27	59 20	24 48	38 24	30 24	50
11	41 42	40 8	1 49 3 51	28 45	43 12	34 40	49
12	45 56	43 49	8 23	32 40	48 2	38 56	48
13	50 10	47 31	12 53	36 39	52 51	43 11	47
14	54 27	51 12	17 25	40 37	57 39	47 26	46
15	58 40	54 53	21 55	44 34	1 54 2 29	51 43	45
16	1 45 2 55	58 34	26 27	48 32	7 19	56 0	44
17	7 11	2 1 2 17	31 0	52 31	12 11	2 9 0 17	43
18	11 28	6 0	35 32	56 30	17 0	4 34	42
19	15 45	9 42	40 4	2 5 0 29	21 52	8 51	41
20	20 0	13 25	44 37	4 28	26 42	13 9	40
21	24 17	17 8	49 12	8 28	31 34	17 27	39
22	28 34	20 52	53 44	12 28	36 26	21 46	38
23	32 50	24 36	58 18	16 28	41 18	26 5	37
24	37 9	28 20	1 50 2 51	20 28	46 10	30 24	36
25	41 26	32 4	7 25	24 29	51 4	34 44	35
26	45 45	35 48	12 0	28 30	55 58	39 5	34
27	50 4	39 31	16 34	32 32	1 55 0 50	43 25	33
28	54 23	43 19	21 13	36 34	5 44	47 45	32
29	58 42	47 4	25 45	40 35	10 38	52 6	31
30	1 46 2 59	50 48	30 20	44 36	15 33	56 28	30
31	7 20	54 34	34 56	48 38	20 27	2 10 0 50	29
32	11 39	58 21	39 31	52 40	25 23	5 11	28
33	16 0	2 2 2 7	44 7	56 43	30 21	9 34	27
34	20 19	5 54	48 44	2 6 0 46	35 15	13 57	26
35	24 38	9 40	53 23	4 50	40 9	18 19	25
36	29 0	13 26	58 0	8 55	45 6	22 41	24
37	33 19	17 13	1 51 3 39	13 0	50 4	27 5	23
38	37 40	21 0	7 17	17 5	55 1	31 29	22
39	42 2	24 48	11 56	21 10	1 56 0 0	35 53	21
40	46 23	28 36	16 35	25 16	4 56	40 17	20
41	50 47	32 25	21 16	29 22	9 54	44 41	19
42	55 9	36 15	25 55	33 29	14 52	49 7	18
43	59 32	40 4	30 34	37 35	19 51	53 32	17
44	1 47 3 55	43 54	35 15	41 42	24 49	57 57	16
45	8 16	47 43	39 54	45 48	29 48	2 11 2 22	15
46	12 40	51 31	44 35	49 55	34 46	6 48	14
47	17 5	55 21	49 16	54 4	39 47	11 15	13
48	21 28	59 12	54 0	58 12	44 48	15 43	12
49	25 54	2 3 3 2	58 40	2 7 2 20	49 48	20 10	11
50	30 15	6 52	1 52 3 21	6 28	54 49	24 38	10
51	34 41	10 43	8 3	10 37	59 52	29 0	9
52	39 5	14 34	12 46	14 47	1 57 4 53	33 35	8
53	43 30	18 26	17 29	18 56	9 56	38 5	7
54	47 56	22 18	22 12	23 6	15 0	42 35	6
55	52 22	26 10	26 55	27 16	20 1	47 5	5
56	56 47	30 2	31 38	31 25	25 4	51 34	4
57	1 48 1 15	33 56	36 24	35 37	30 9	56 5	3
58	5 43	37 49	41 9	39 49	35 13	2 12 0 36	2
59	10 9	41 42	45 52	44 0	40 17	5 7	1
	grad. 29	29	28	28	27	27 complem.	

m. arcuū	grad. 63	63	64	64	65	65 arcuū.	m. cōpl.
	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	
	sex. g̃. m̃. 2̃.	sex. g̃. m̃. 2̃.	sex. g̃. m̃. 2̃.	sex. g̃. m̃. 2̃.	sex. g̃. m̃. 2̃.	sex. g̃. m̃. 2̃.	
0	1 57 45 22	2 12 9 39	2 3 1 6	2 16 52 13	2 8 40 14	2 21 58 19	60
1	50 27	14 12	6 34	57 6	46 6	2 22 3 39	59
2	55 34	18 45	12 0	2 17 2 0	52 0	9 0	58
3	1 58 0 41	23 8	17 28	6 55	57 53	14 20	57
4	5 46	27 51	22 56	11 50	2 9 3 47	19 41	56
5	10 53	32 24	28 25	16 45	9 40	25 2	55
6	16 0	36 58	33 53	21 41	15 36	30 24	54
7	21 9	41 33	39 24	26 38	21 31	35 45	53
8	26 16	46 8	44 54	31 36	27 25	41 7	52
9	31 25	50 43	50 24	36 34	33 20	46 29	51
10	36 32	55 17	55 55	41 31	39 14	51 50	50
11	41 41	59 52	2 4 1 25	46 29	45 10	57 14	49
12	46 50	2 13 4 28	6 57	51 27	51 8	2 23 2 39	48
13	52 0	9 4	12 30	56 25	57 5	8 4	47
14	57 9	13 41	18 0	2 18 1 24	2 10 3 3	13 28	46
15	2 59 2 18	18 17	23 53	6 24	9 0	18 53	45
16	7 27	22 52	29 5	11 23	15 0	24 49	44
17	12 36	27 29	34 40	16 25	21 0	19 45	43
18	17 47	32 6	40 15	21 27	26 59	35 12	42
19	22 58	36 45	45 50	26 27	32 59	40 39	41
20	28 12	41 25	51 22	31 28	38 59	46 6	40
21	33 23	46 4	56 57	36 30	45 1	51 35	39
22	38 36	50 43	2 5 2 33	41 33	51 3	57 4	38
23	43 50	55 23	8 8	46 36	57 5	2 24 2 33	37
24	49 3	2 14 0 3	13 45	51 39	2 11 3 7	8 2	36
25	54 15	4 43	19 20	66 44	9 9	13 31	35
26	59 28	9 22	25 0	2 19 1 48	15 13	19 1	34
27	2 0 4 44	14 4	30 35	6 52	21 18	24 32	33
28	10 0	18 46	36 14	11 56	27 22	30 4	32
29	15 12	23 28	41 53	17 1	33 26	35 35	31
30	20 28	28 9	47 30	22 6	39 30	41 6	30
31	25 44	32 53	53 9	27 13	45 36	46 39	29
32	31 2	37 36	58 50	32 20	51 42	52 12	28
33	36 17	42 40	2 6 4 29	37 27	57 48	57 46	27
34	41 35	47 3	10 10	42 33	2 12 3 56	2 25 3 20	26
35	46 50	51 47	15 50	47 41	10 0	8 54	25
36	52 7	56 29	21 33	52 50	16 8	14 29	24
37	57 25	2 15 1 14	27 14	58 0	22 17	20 4	23
38	2 1 2 45	6 0	32 57	2 20 3 8	28 27	25 39	22
39	8 2	10 45	38 40	8 17	34 37	31 10	21
40	13 22	15 31	44 22	13 27	40 46	36 53	20
41	18 42	20 18	50 3	18 37	46 56	42 31	19
42	24 2	25 5	55 48	23 47	53 8	48 9	18
43	29 22	29 53	2 7 1 32	28 58	59 20	53 49	17
44	34 44	34 41	7 17	34 10	2 13 5 33	59 28	16
45	40 3	39 29	13 4	39 23	11 43	2 26 5 8	15
46	45 25	44 16	18 49	44 36	17 56	10 47	14
47	50 47	49 5	24 37	49 50	24 11	16 27	13
48	56 9	53 54	30 24	55 5	30 23	22 8	12
49	2 2 1 31	58 43	36 11	2 21 0 18	36 38	27 49	11
50	6 55	2 16 3 33	41 57	5 32	42 52	33 32	10
51	12 20	8 24	47 44	10 47	49 9	39 15	9
52	17 44	13 16	53 34	16 3	55 25	45 0	8
53	23 8	18 7	59 23	21 19	2 14 1 40	50 22	7
54	28 32	22 58	2 8 5 13	26 36	7 56	56 24	6
55	33 56	27 50	11 0	31 51	14 11	2 27 2 8	5
56	39 22	32 42	16 40	37 7	20 29	7 51	4
57	44 48	37 35	22 41	42 25	26 48	13 37	3
58	50 14	42 28	28 33	47 44	33 6	19 23	2
59	55 40	47 20	34 24	53 6	39 27	25 9	1
	grad. 26	26	25	25	24	42 complem.	

m. arcus	grad. 66	66	67	67	68	68 arcuū.	m. compl.
	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	Adſcriptæ	Hypotenuſæ	
	SEX. g. m. 2.	SEX. g. m. 2.	SEX. g. m. 2.	SEX. g. m. 2.	SEX. g. m. 2.	SEX. g. m. 2.	
0	2 14 45 44	2 27 30 36	2 21 21 3	2 33 33 28	2 28 30 14	2 40 10 0	60
1	52 3	36 43	27 57	39 48	37 45	16 56	59
2	58 24	42 30	34 49	46 9	45 12	23 52	58
3	2 15 4 43	48 18	41 43	52 30	52 43	30 50	57
4	11 6	54 6	48 37	58 52	2 29 0 14	37 49	56
5	17 27	59 56	53 28	2 34 5 13	7 45	44 49	55
6	23 52	2 28 5 46	2 22 2 24	11 34	15 18	51 48	54
7	30 17	11 37	9 20	17 57	22 53	58 49	53
8	36 40	17 28	16 16	24 20	30 26	2 41 5 51	52
9	43 3	23 18	23 12	30 43	38 0	12 51	51
10	49 26	29 9	30 8	37 7	45 32	19 51	30
11	55 50	35 1	37 6	43 32	53 7	26 54	49
12	2 16 2 17	40 54	44 4	49 57	2 30 0 42	33 56	48
13	8 44	46 48	51 2	56 22	8 19	41 6	47
14	15 11	52 43	58 0	2 35 2 48	15 56	48 5	46
15	21 36	58 37	2 23 5 0	9 15	23 33	55 10	45
16	28 5	2 29 4 31	12 0	15 42	31 10	2 42 2 14	44
17	34 34	10 27	19 3	22 11	38 49	9 20	43
18	41 3	16 24	26 3	28 40	46 28	16 27	42
19	47 32	22 19	33 5	34 9	54 7	23 34	41
20	54 0	28 14	40 7	41 38	2 31 1 47	30 41	40
21	2 17 0 30	34 12	47 12	48 10	9 31	37 50	39
22	7 1	40 11	54 16	54 42	17 10	45 0	38
23	13 32	45 58	2 24 1 20	2 36 1 14	24 52	52 9	37
24	20 3	52 7	8 26	7 46	32 37	59 20	36
25	26 35	58 6	15 30	14 19	40 18	2 43 6 30	35
26	33 8	2 30 4 6	22 38	20 53	48 3	13 41	34
27	39 43	10 7	29 44	27 27	55 50	20 55	33
28	46 16	16 8	36 52	34 2	2 32 3 33	28 6	32
29	52 52	22 10	44 1	40 38	11 13	35 18	31
30	59 26	28 13	51 9	47 14	19 2	42 30	30
31	2 18 6 1	34 16	58 18	53 51	26 50	49 46	29
32	12 38	40 19	2 25 5 30	2 37 0 29	34 40	57 3	28
33	19 13	46 24	12 38	7 6	42 31	2 44 4 19	27
34	25 53	52 29	19 49	13 43	50 17	11 35	26
33	32 38	58 14	27 1	20 23	58 8	18 55	25
36	39 8	[illegible] 31 4 38	34 14	27 3	2 33 6 2	26 15	24
37	45 46	10 44	41 24	33 44	13 55	33 36	23
38	52 26	16 51	48 42	40 24	21 49	40 57	22
39	59 7	22 37	55 53	47 4	29 43	48 18	21
40	2 19 5 43	29 4	2 26 3 7	53 45	37 36	55 39	20
41	12 26	35 12	10 25	2 38 0 24	45 34	2 45 3 5	19
42	19 7	41 21	17 40	7 3	53 34	10 32	18
43	25 49	47 29	24 57	13 43	2 34 0 29	17 55	17
44	32 30	53 38	32 15	20 43	9 25	25 18	16
45	39 14	59 49	39 32	27 27	17 20	32 43	15
46	45 58	2 32 6 1	46 49	34 12	25 20	40 8	14
47	52 42	12 12	54 7	41 0	33 18	47 35	13
48	59 25	18 23	2 27 1 30	47 47	41 19	55 2	12
49	2 20 6 11	24 36	8 49	54 33	49 21	2 46 2 30	11
50	12 57	30 49	16 12	2 39 1 24	57 21	10 0	10
51	19 43	37 4	23 37	8 14	2 35 5 23	17 30	9
52	26 33	43 20	30 58	15 4	13 29	25 2	8
53	33 21	49 34	38 18	21 54	21 30	32 11	7
54	40 6	55 47	43 39	28 44	29 34	40 2	6
55	46 54	2 33 2 3	53 4	35 36	37 37	47 33	5
56	53 44	8 20	2 28 0 33	42 29	45 43	55 8	4
57	2 21 0 34	14 37	7 56	49 22	53 53	2 47 2 43	3
58	7 23	20 54	15 18	56 14	2 36 2 0	10 18	2
59	14 13	27 11	22 47	2 40 3 7	10 8	17 53	1
	grad. 23	23	22	22	21	21 complem.	

m. arcuũ.	grad. 69 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	69 Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	70 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	70 Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	71 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	71 arcuũ. Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	m. cõpl.
0	2 36 18 16	2 47 25 29	2 44 50 55	2 55 25 42	2 54 15 7	3 4 17 33	60
1	26 28	33 6	59 50	34 7	25 0	26 53	59
2	34 36	40 44	2 45 8 51	42 32	34 50	36 14	58
3	42 50	48 24	17 48	51 0	44 47	45 37	57
4	51 0	56 3	26 49	59 25	54 45	55 0	56
5	59 10	2 48 3 44	35 48	2 56 7 54	2 55 4 43	3 5 4 27	55
6	2 37 7 28	11 26	44 53	16 24	14 42	13 54	54
7	15 40	19 8	53 56	24 55	24 42	23 22	53
8	23 58	26 51	2 46 3 0	33 26	34 42	32 50	52
9	32 14	34 33	12 2	41 57	44 46	42 21	51
10	40 26	42 14	21 7	50 28	54 50	51 53	50
11	48 44	50 0	30 14	59 2	2 56 4 54	3 6 1 25	49
12	57 2	57 45	39 19	2 57 7 36	15 0	10 58	48
13	2 38 5 18	2 49 5 31	48 28	16 12	25 2	20 34	47
14	13 40	13 18	57 37	24 49	35 4	30 8	46
15	22 0	21 7	2 47 6 48	33 26	45 10	39 43	45
16	30 23	28 56	15 53	42 4	55 18	49 18	44
17	38 43	36 44	25 10	50 44	2 57 5 28	58 54	43
18	47 3	44 31	34 21	59 24	15 44	3 7 8 30	42
19	55 27	52 22	43 34	2 58 8 5	25 56	18 10	41
20	2 39 3 50	2 50 0 13	52 47	16 45	36 12	27 50	40
21	12 14	8 6	2 48 2 6	25 0	46 20	37 30	39
22	20 40	15 58	11 23	34 16	56 34	47 9	38
23	29 8	23 52	20 36	43 0	2 58 6 50	56 52	37
24	37 34	31 47	29 55	51 44	17 4	3 8 6 35	36
25	46 3	39 45	39 8	2 59 0 28	27 26	16 23	35
26	54 35	47 45	48 28	9 12	37 46	26 12	34
27	2 40 3 3	56 42	57 51	18 0	48 4	36 3	33
28	11 38	2 51 3 42	2 49 7 12	26 52	58 32	45 54	32
29	20 8	11 40	16 32	35 42	2 59 8 54	55 45	31
30	28 39	19 38	26 1	44 30	19 15	3 9 5 32	30
31	37 11	27 40	35 24	53 26	29 39	15 25	29
32	45 48	35 42	44 45	3 0 2 16	40 5	25 18	28
33	54 20	43 44	54 6	11 10	50 29	35 12	27
34	2 41 2 57	51 46	2 50 3 38	20 4	3 0 0 57	45 5	26
35	11 29	59 49	13 11	29 5	11 2[illegible]	55 3	25
36	20 8	2 52 7 52	22 46	38 5	21 56	3 10 5 0	24
37	28 46	15 58	32 12	47 3	32 26	15 0	23
38	37 25	24 5	41 40	56 0	43 0	25 0	22
39	46 3	32 11	51 13	3 1 5 0	53 38	35 3	21
40	54 42	40 17	2 51 0 47	14 0	3 1 4 11	45 8	20
41	2 42 3 23	48 27	10 26	23 4	14 45	55 13	19
42	12 7	56 37	20 0	32 8	25 21	3 11 5 18	18
43	20 52	2 53 4 47	29 33	41 11	35 57	15 23	17
44	29 32	12 57	39 7	50 14	46 40	25 28	16
45	38 13	21 8	48 46	59 19	57 18	35 34	15
46	47 0	29 19	58 26	3 2 8 24	3 2 7 56	45 40	14
47	55 42	37 32	2 52 8 7	17 32	18 43	55 48	13
48	2 43 4 29	45 44	17 47	26 41	29 29	3 12 6 7	12
49	13 15	54 0	27 26	35 51	40 16	16 20	11
50	22 4	2 54 2 14	37 12	45 1	51 2	26 35	10
51	30 55	10 32	46 54	54 14	3 3 1 46	36 49	9
52	39 44	18 49	56 44	3 3 3 24	12 33	47 2	8
53	48 38	27 10	2 53 6 25	12 36	23 21	57 17	7
54	57 31	35 32	16 7	21 48	34 8	3 13 7 32	6
55	2 44 6 19	43 51	25 54	31 5	45 0	17 52	5
56	15 14	52 10	35 46	40 20	55 53	28 13	4
57	24 5	2 55 0 28	45 34	49 37	3 4 6 51	35 38	3
58	32 55	8 46	55 25	58 55	17 48	49 3	2
59	41 50	17 14	2 54 5 15	3 4 8 14	28 40	59 27	1
	grad. 20	20	19	19	18	18 complem.	

m. arcuũ	grad. 72 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	72 Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	73 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	73 Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	74 Adſcriptæ sex. g. m. 2.	74 arcuũ Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	m. cõpl.
0	3 4 39 39	3 14 9 50	3 16 15 7	3 25 13 8	3 29 14 41	3 37 40 38	60
1	50 38	20 16	27 24	24 58	28 34	53 58	59
2	5 1 36	30 43	39 49	36 46	42 26	38 7 19	58
3	12 35	41 11	51 58	48 33	56 12	20 38	57
4	23 37	51 39	17 4 15	26 0 18	30 10 6	34 0	56
5	34 42	15 2 11	16 38	12 6	23 58	47 22	55
6	45 46	12 34	28 57	23 56	37 54	39 0 48	54
7	56 51	23 18	41 20	35 46	51 58	14 14	53
8	6 7 56	33 54	53 44	47 36	32 5 54	27 43	52
9	19 6	44 30	18 6 15	59 30	19 56	41 10	51
10	30 15	55 5	18 45	27 11 25	34 0	54 38	50
11	41 25	16 5 44	31 14	23 25	48 7	8 8	49
12	52 36	16 22	43 48	35 24	32 2 11	40 21 44	48
13	7 3 47	27 2	56 19	47 26	16 21	35 20	47
14	15 1	37 42	19 8 57	59 29	30 29	48 58	46
15	26 22	48 28	21 30	28 11 33	44 39	41 2 41	45
16	37 38	59 15	34 10	23 37	59 0	16 25	44
17	49 0	17 10 1	46 47	35 44	33 13 14	30 7	43
18	8 0 16	20 48	59 22	47 50	27 28	43 41	42
19	11 36	31 36	20 12 6	59 58	41 45	57 29	41
20	22 57	42 25	24 48	29 12 7	56 7	42 11 16	40
21	34 24	53 15	37 32	24 21	34 10 27	25 8	39
22	45 41	18 4 4	50 20	36 35	24 54	39 0	38
22	57 8	14 57	21 3 3	48 49	39 15	52 55	37
24	9 8 32	25 50	15 51	30 1 2	53 45	43 6 53	36
25	20 3	36 50	28 44	13 20	35 8 14	20 52	35
26	31 36	47 50	41 35	25 42	22 48	34 52	34
27	43 9	58 49	54 29	38 4	37 22	48 53	33
28	54 38	19 9 48	22 7 26	59 29	51 55	44 2 55	32
29	10 6 9	20 48	20 22	31 2 54	36 6 29	16 58	31
30	17 42	31 47	33 24	15 22	21 6	31 2	30
31	29 19	42 54	46 22	27 50	35 46	45 12	29
32	41 0	54 1	59 26	40 20	50 32	59 24	28
33	52 37	20 5 7	23 12 27	52 50	37 5 15	45 13 35	27
34	11 4 16	16 13	25 31	32 5 21	20 1	27 49	26
35	15 57	27 22	38 39	17 55	34 48	42 6	25
36	27 38	38 31	51 43	30 29	49 40	56 24	24
37	39 21	49 42	24 4 56	43 [illegible]	38 4 31	46 10 44	23
38	51 4	21 0 2	18 8	55 4[illegible]	19 28	25 8	22
39	12 2 47	12 7	31 18	8 25	34 24	39 32	21
40	14 39	23 23	44 30	33 21 8	49 21	53 57	20
41	26 28	34 39	57 48	33 56	39 4 9	47 8 24	19
42	38 15	45 55	25 11 10	46 44	19 13	22 49	18
43	50 8	57 15	24 28	59 32	34 13	37 22	17
44	13 1 59	22 8 35	37 50	34 12 20	49 28	51 56	16
45	13 52	19 58	51 8	25 8	40 4 34	48 6 3	15
46	25 49	31 21	26 4 29	37 55	19 47	21 11	14
47	37 54	42 46	17 53	50 47	35 0	35 50	13
48	49 45	54 12	31 17	35 3 39	50 10	50 30	12
49	14 1 46	23 5 40	44 43	16 34	41 5 28	49 4 14	11
50	13 45	17 8	58 11	29 29	20 43	20 0	10
51	25 48	28 39	27 11 41	42 50	36 0	34 45	9
52	37 51	40 10	25 17	55 32	51 21	49 33	8
53	49 50	58 42	38 51	36 8 34	42 6 46	50 4 24	7
54	15 2 1	24 3 15	52 27	21 36	22 8	19 16	6
55	14 6	14 50	28 6 3	34 40	37 37	34 12	5
56	26 15	26 25	19 41	47 46	53 5	49 9	4
57	38 28	38 5	33 23	37 0 58	43 8 36	51 4 9	3
58	50 40	49 46	47 9	14 10	24 8	19 8	2
59	16 2 53	25 1 27	29 0 51	27 24	39 41	34 11	1
	grad. 17	17	16	16	15	15 complem.	

m. grad.	75	75	76	76	77	77 arcuũ.	m. cõpl.
arcuũ	Adſcriptæ sex. g. m. 2.	Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	Adſcriptæ sex. g. m. 2.	Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	Adſcriptæ sex. g. m. 2.	Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	m. cõpl.
0	3 43 55 18	3 51 49 14	4 0 38 50	4 8 0 51	4 19 53 19	4 26 43 29	60
1	44 11 0	52 4 21	56 45	18 17	20 14 0	27 3 40	59
2	26 37	19 29	1 14 45	35 41	34 46	25 52	58
3	42 20	34 41	32 40	53 11	55 34	43 12	57
4	58 7	49 55	50 45	9 10 39	21 16 30	28 4 32	56
5	45 13 54	53 5 11	2 8 48	28 12	37 26	24 57	55
6	29 45	20 29	26 58	45 48	58 24	45 12	54
7	45 40	35 48	45 5	10 3 26	22 19 24	29 5 51	53
8	46 1 30	51 9	3 3 19	21 5	40 28	26 23	52
9	17 28	54 6 34	21 34	38 48	23 1 42	47 0	51
10	33 25	22 0	39 51	56 33	22 50	30 7 41	50
11	49 26	37 30	58 12	11 14 23	44 6	28 26	49
12	47 5 29	53 4	4 16 34	32 12	24 5 24	49 12	48
13	21 33	55 8 34	35 3	50 7	26 48	31 10 2	47
14	37 40	24 9	53 29	12 8 1	48 10	30 54	46
15	53 47	39 47	5 12 1	26 4	25 9 36	51 5	45
16	48 10 0	55 25	30 34	44 6	31 10	32 12 50	44
17	26 13	56 11 5	49 12	13 2 10	52 43	33 55	43
18	42 25	26 46	6 7 47	20 14	26 14 23	55 0	42
19	58 40	42 30	26 30	38 24	36 5	33 16 10	41
20	49 15 0	58 16	45 13	56 36	57 49	37 22	40
21	31 24	57 14 9	7 4 0	14 14 50	27 19 35	58 39	39
22	47 49	30 3	22 46	33 5	41 27	34 20 0	38
23	50 4 11	45 56	41 34	51 25	28 3 25	41 26	37
24	20 40	58 1 50	8 0 31	15 9 47	25 29	35 2 55	36
25	37 7	17 47	19 27	28 11	47 29	24 27	35
26	53 39	33 45	38 28	46 40	29 9 37	46 0	34
27	51 10 14	49 48	57 34	16 5 10	31 49	36 7 37	33
28	26 49	59 5 51	9 16 38	23 46	53 57	29 16	32
29	43 30	22 0	35 49	42 26	30 16 17	51 0	31
30	52 0 9	38 7	55 1	17 1 6	38 33	37 12 48	30
31	16 54	54 20	10 14 19	19 51	31 1 0	34 43	29
32	33 39	4 0 10 33	33 37	38 38	23 28	56 46	28
33	50 28	26 50	52 58	57 29	46 0	38 18 44	27
34	53 7 17	43 7	11 12 24	18 16 21	32 8 32	40 40	26
35	24 6	59 29	31 49	35 16	31 4	39 2 40	25
36	41 5	1 15 51	51 18	54 11	53 47	24 52	24
37	58 2	32 16	12 10 50	19 13 10	33 16 31	47 6	23
38	54 15 0	48 42	30 19	32 9	39 19	40 9 20	22
39	32 2	2 5 11	49 53	51 15	34 2 11	31 40	21
40	49 5	21 44	13 9 37	20 10 23	25 5	54 2	20
41	55 6 12	37 19	29 19	29 35	48 7	41 16 32	19
42	23 19	54 54	49 6	48 49	35 11 9	39 5	18
43	40 30	3 11 34	14 8 50	21 8 6	34 14	42 1 39	17
44	57 45	28 16	28 45	27 24	57 26	24 16	16
45	56 14 56	44 57	48 37	46 48	36 20 36	46 58	15
46	32 11	4 1 40	15 8 38	22 6 13	43 54	43 9 41	14
47	49 30	18 18	28 38	25 39	37 7 16	32 38	13
48	57 6 55	35 18	48 36	45 8	30 40	55 30	12
49	24 22	52 14	16 8 45	23 4 43	54 6	44 18 24	11
50	41 51	5 9 11	28 53	24 22	38 17 39	41 18	10
51	59 24	26 15	49 7	44 5	41 17	45 4 28	9
52	58 16 57	43 18	17 9 25	24 3 50	39 5 2	27 38	8
53	34 30	6 0 24	29 41	23 37	28 42	50 50	7
54	52 10	17 28	50 3	43 24	52 31	46 14 3	6
55	59 9 49	34 36	18 10 28	25 3 20	40 16 24	37 28	5
56	27 33	51 44	31 0	23 25	40 24	47 0 53	4
57	45 18	7 8 56	51 30	43 17	41 4 20	24 19	3
58	4 0 3 3	16 10	19 12 4	26 3 18	28 21	47 46	2
59	21 0	43 10	32 42	23 23	52 29	48 11 20	1
	grad. 14	14	13	13	12	12. complem.	

m.	grad. 78	78	79	79	80	80 arcuū.	
arcuū	Adscriptæ	Hypotenusæ	Adscriptæ	Hypotenusæ	Adscriptæ	Hypotenusæ	m. cō pl.
	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	4 42 16 40	4 48 35 2	5 8 40 14	5 14 26 51	5 40 16 37	5 45 31 34	60
1	40 54	58 46	9 9 4	55 37	51 23	46 9 39	59
2	43 5 12	49 22 31	38 3	15 23 37	41 26 14	40 8	58
3	29 38	46 26	10 7 6	52 12	42 1 17	47 14 41	57
4	54 8	50 10 23	36 17	16 20 48	36 24	49 15	56
5	44 18 35	34 23	11 5 23	49 34	43 11 35	48 24 0	55
6	43 11	58 22	34 38	17 18 5	46 55	58 43	54
7	45 7 54	51 22 33	12 4 1	46 56	44 22 26	49 33 40	53
8	32 36	46 44	33 24	18 15 48	57 53	50 8 37	52
9	57 27	52 11 0	13 2 55	44 48	45 33 45	43 55	51
10	46 22 13	35 17	32 28	19 13 49	46 9 32	51 19 13	50
11	47 12	59 44	14 2 9	43 0	45 39	54 45	49
12	47 12 10	53 24 11	31 57	20 12 14	47 21 39	52 30 17	48
13	37 14	48 46	15 1 44	41 34	57 40	53 5 57	47
14	48 2 24	54 13 21	31 39	21 10 53	48 34 4	41 38	46
15	27 39	38 6	16 1 31	40 23	49 10 37	54 17 35	45
16	52 57	55 2 51	31 43	22 9 54	47 1	53 32	44
17	49 18 22	27 43	17 1 52	39 39	50 23 42	55 29 56	43
18	43 46	52 36	32 17	23 9 24	51 0 53	56 6 21	42
19	50 9 17	56 17 36	18 2 46	39 21	37 37	42 49	41
20	34 49	42 36	33 15	24 9 19	52 14 46	57 19 20	40
21	51 0 28	57 7 43	19 4 6	39 30	52 8	56 0	39
22	26 8	32 51	34 43	25 9 4	53 29 17	58 32 38	38
23	52 0	58 9	20 5 28	40 0	54 6 50	59 9 40	37
24	52 17 48	58 23 28	36 21	26 10 18	44 28	46 46	36
25	43 46	48 58	21 7 20	40 50	55 22 13	6 0 23 6	35
26	53 9 53	59 14 29	38 31	27 11 25	56 0 12	1 1 26	34
27	35 53	40 3	22 9 36	42 4	37 53	38 50	33
28	54 2 4	5 0 5 37	40 53	28 12 44	57 16 7	2 18 18	32
29	28 17	31 17	23 12 18	43 38	54 20	54 [illegible]	31
30	54 31	57 0	43 45	29 14 32	58 32 40	3 31 48	30
31	55 20 58	1 22 57	24 15 20	45 39	59 11 1	4 9 48	29
32	47 29	48 55	47 3	30 16 47	49 46	47 50	28
33	56 13 58	2 14 55	25 18 54	48 8	6 0 28 36	5 26 10	27
34	40 36	40 58	50 49	31 19 30	1 7 31	6 4 52	26
35	57 7 15	3 7 8	26 22 40	50 57	46 43	43 14	25
36	34 1	33 20	54 47	32 22 24	2 25 58	7 21 56	24
37	58 0 8	59 38	27 26 58	54 8	3 5 1	8 0 36	23
38	27 42	4 25 57	59 19	33 25 53	44 25	39 10	22
39	54 43	52 27	28 31 34	57 43	4 23 12	9 18 34	21
40	59 21 45	5 18 57	29 4 3	34 29 34	5 4 4	57 55	20
41	48 58	45 41	36 38	35 1 41	43 43	10 37 18	19
42	5 0 16 12	6 12 21	30 9 21	33 48	6 23 39	11 16 37	18
43	43 31	39 10	42 18	36 6 15	7 3 58	56 22	17
44	1 10 54	7 6 0	31 15 20	38 43	44 26	12 36 10	16
45	38 23	33 0	48 17	37 10 16	8 24 47	13 16 7	15
46	2 6 0	8 0 1	32 21 30	43 50	9 5 23	56 4	14
47	33 32	27 8	54 43	38 16 [illegible]	46 2	14 36 14	13
48	3 1 17	54 15	33 28 0	49 17	10 26 56	15 16 24	12
49	29 8	9 21 30	34 1 30	39 22 0	11 8 0	57 8	11
50	56 52	48 47	35 0	55 12	49 17	16 37 52	10
51	4 24 43	10 16 18	35 8 56	40 28 25	12 30 33	17 18 45	9
52	52 58	43 49	42 29	41 1 39	13 12 6	59 38	8
53	5 21 1	11 11 36	36 16 18	35 0	53 34	18 40 51	7
54	49 17	39 5	50 13	42 8 20	14 55 36	19 22 4	6
55	6 17 36	12 26 55	37 24 18	41 58	15 17 37	20 3 32	5
56	46 2	34 46	58 33	43 15 36	59 35	45 0	4
57	7 14 19	13 2 44	38 33 3	49 30	16 41 40	21 26 44	3
58	43 2	30 43	39 7 24	44 23 24	17 24 6	22 8 28	2
59	5 8 21 27	58 46	41 41	57 0	18 6 51	50 38	1
	grad. 11	11	10	10	9	9 complem.	

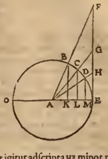
Scrup. arcus	grad. 81	81	82	82	83	83 arcuum.	Scr. cōpl.
	Adscriptae	Hypotenusae	Adscriptae	Hypotenusae	Adscriptae	Hypotenusae	
	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	sex. g. m. 2.	
0	6 18 49 29	6 23 32 48	7 6 55 19	7 11 7 2	8 8 39 41	8 12 19 52	60
1	19 32 19	24 15 8	7 49 45	12 0 48	9 50 28	13 30 0	59
2	20 15 16	57 31	8 44 1	54 41	11 1 24	14 40 32	58
3	59 30	25 40 14	9 38 33	13 48 0	12 12 46	15 51 27	57
4	21 41 46	26 22 58	10 33 29	14 43 6	13 24 24	17 2 29	56
5	22 25 20	27 6 2	11 28 35	15 37 46	14 36 24	18 14 0	55
6	23 8 58	49 7	12 23 55	16 32 29	15 48 46	19 25 48	54
7	52 43	28 32 32	13 19 27	17 27 39	17 1 32	20 37 8	53
8	24 36 43	29 16 0	14 15 25	18 22 56	18 14 38	21 50 37	52
9	25 21 4	59 41	15 11 16	19 18 26	19 28 1	23 3 36	51
10	26 5 22	30 43 24	16 7 32	20 13 58	20 41 49	24 16 45	50
11	49 45	31 7 21	17 4 0	22 9 58	21 55 51	25 30 35	49
12	27 34 22	32 11 21	18 0 38	22 6 3	23 10 48	26 44 41	48
13	28 19 26	35 51	57 40	23 2 33	24 25 8	27 59 16	47
14	29 4 26	33 40 22	19 54 50	59 12	25 41 0	29 14 0	46
15	49 29	34 25 7	20 52 8	24 56 12	26 56 7	30 29 0	45
16	30 35 1	35 9 53	21 49 56	25 53 15	28 12 15	31 44 2	44
17	31 20 29	54 55	22 47 50	26 50 40	29 28 45	33 0 2	43
18	32 6 9	36 39 58	23 46 4	27 48 20	30 45 29	34 16 13	42
19	51 56	37 25 20	24 44 36	28 46 20	32 2 28	35 32 50	41
20	33 38 2	38 10 48	25 43 18	29 44 31	33 20 0	36 49 41	40
21	34 24 10	56 32	26 41 58	30 42 55	34 37 55	38 7 5	39
22	35 10 34	39 42 17	27 41 24	31 41 34	35 56 9	39 24 47	38
23	57 10	40 28 27	28 40 58	32 40 35	37 14 51	40 43 0	37
24	36 43 57	41 14 37	39 40 40	33 39 47	38 33 44	42 1 19	36
25	37 30 53	42 1 7	30 40 42	34 39 17	39 53 14	43 20 20	35
26	38 18 1	47 38	31 40 54	35 38 57	41 13 15	44 39 47	34
27	39 5 16	45 34 23	32 41 24	36 39 0	42 33 27	45 59 40	33
28	52 40	44 21 13	33 42 14	37 39 14	43 54 17	47 19 46	32
29	40 40 26	45 8 28	34 43 16	38 39 50	45 15 22	48 40 26	31
30	41 28 15	55 45	35 44 32	39 40 29	46 36 48	50 1 14	30
31	42 16 35	46 43 16	36 46 6	40 41 34	47 58 38	51 22 40	29
32	43 4 23	47 30 50	37 48 2	41 42 56	49 21 2	52 44 25	28
33	52 43	48 18 40	38 50 14	42 44 40	50 43 46	54 6 40	27
34	44 41 12	49 6 36	39 52 38	43 46 29	52 6 51	55 29 11	26
35	45 30 10	55 2	40 55 26	44 48 50	53 30 31	56 52 20	25
36	46 19 12	50 45 33	41 58 30	45 51 18	54 54 36	58 15 53	24
37	47 8 26	51 32 17	43 1 49	46 54 8	56 19 4	[illegible] 39 50	23
38	57 47	52 21 4	44 5 25	47 57 10	57 44 0	9 [illegible] 4 14	22
39	48 47 7	53 10 6	45 9 11	49 0 30	59 9 23	2 29 10	21
40	49 36 55	59 9	46 13 15	50 3 57	9 0 35 11	3 54 22	20
41	50 26 55	54 48 34	47 17 52	51 8 0	2 1 24	5 21 10	19
42	51 16 53	55 38 4	48 22 30	52 12 9	3 28 24	6 46 32	18
43	52 7 17	56 28 4	49 27 24	53 16 40	4 55 36	8 14 32	17
44	57 55	57 18 3	50 32 40	54 21 16	6 23 13	9 40 38	16
45	53 48 46	58 8 23	51 38 16	55 26 28	7 51 21	11 8 18	15
46	54 39 46	58 51	52 44 12	56 31 45	9 20 8	12 36 10	14
47	55 30 52	59 49 30	53 50 24	57 37 30	10 49 12	14 4 40	13
48	56 22 12	7 0 40 13	54 56 56	58 43 26	12 18 39	15 33 38	12
49	57 13 58	1 31 23	56 3 42	59 49 46	13 48 39	17 3 0	11
50	58 5 38	2 22 36	57 10 49	8 0 56 16	15 19 7	18 33 3	10
51	57 54	3 14 16	58 18 13	2 3 16	16 50 12	20 3 10	9
52	59 50 10	4 6 7	59 26 1	3 10 25	18 21 42	21 34 35	8
53	7 0 42 24	57 55	8 0 33 49	4 17 55	19 53 35	23 6 0	7
54	1 34 56	5 49 48	1 42 13	5 25 33	21 25 51	24 37 41	6
55	2 27 40	6 42 10	2 51 2	6 33 53	22 58 57	26 10 20	5
56	3 20 47	7 34 36	4 0 10	7 42 27	24 32 40	27 43 27	4
57	4 14 3	8 27 22	5 9 36	8 51 17	26 6 34	29 17 7	3
58	5 7 27	9 20 13	6 19 15	10 0 29	27 41 17	30 51 1	2
59	6 1 19	10 13 33	7 29 11	11 10 0	29 16 7	32 25 0	1
	grad. 8	8	7	7	6	6 complem.	

m. arcuū	grad. 84 Adſcriptæ sex. g. m. ſ.	84 Hypotenuſæ sex. g. m. ſ.	85 Adſcriptæ sex. g. m. ſ.	85 Hypotenuſæ sex. g. m. ſ.	86 Adſcriptæ sex. g. m. ſ.	86 arcuū. Hypotenuſæ sex. g. m. ſ.	cō pl. rg.
0	9 30 51 42	9 54 0 23	11 25 48 11	11 28 25 22	14 18 2 21	14 20 8 3	60
1	32 27 43	35 36 13	28 6 22	30 43 30	21 38 42	23 44 0	59
2	34 4 31	37 12 9	30 25 39	33 1 47	25 16 35	27 21 14	58
3	35 41 33	38 48 50	32 45 38	35 21 0	28 56 24	31 1 0	57
4	37 19 20	40 25 55	35 6 30	37 41 35	32 38 21	34 41 57	56
5	38 57 30	42 3 45	37 28 45	40 3 30	36 21 28	38 25 0	55
6	40 36 21	43 41 53	39 51 56	42 25 58	40 6 41	42 9 14	54
7	42 15 45	45 21 0	42 15 42	44 50 0	43 54 2	45 56 0	53
8	43 55 48	47 0 17	44 40 33	47 13 32	47 43 11	49 44 41	52
9	45 36 22	48 40 20	47 7 14	49 39 30	51 34 24	53 35 0	51
10	47 17 25	50 20 51	49 33 56	52 5 52	55 27 49	57 28 16	50
11	48 59 0	52 2 0	52 1 55	54 32 55	59 23 0	15 1 23 0	49
12	50 41 16	53 43 39	54 31 14	57 2 7	15 3 20 27	5 19 51	48
13	52 24 22	55 26 9	57 1 38	59 32 0	7 19 51	9 18 30	47
14	54 7 41	57 9 1	59 32 25	12 2 2 15	11 21 18	13 19 49	46
15	55 51 31	58 52 46	12 2 4 28	4 34 0	15 25 1	17 24 30	45
16	57 36 24	10 0 36 41	4 37 36	7 6 23	19 32 48	21 30 6	44
17	59 21 34	2 21 30	7 12 3	9 40 30	23 39 7	25 37 30	43
18	10 1 7 21	4 6 35	9 47 54	12 15 38	27 49 48	29 46 4	42
19	2 53 59	5 52 35	12 23 44	14 51 30	32 2 35	33 59 0	41
20	4 40 42	7 38 53	15 2 0	17 28 40	36 17 12	38 12 25	40
21	6 28 33	9 26 9	17 40 6	20 7 0	40 34 39	42 29 0	39
22	8 16 53	11 24 1	20 20 36	22 46 14	44 53 56	46 48 6	38
23	10 6 0	13 2 40	23 2 27	25 26 50	49 15 57	51 10 0	37
24	11 55 32	14 51 37	25 43 30	28 7 55	53 40 22	55 53 29	36
25	13 45 39	16 41 30	28 27 9	30 51 0	58 7 5	16 0 10 0	35
26	15 36 47	18 31 49	31 11 44	33 35 16	16 2 36 26	4 18 30	34
27	17 28 22	20 23 0	33 57 40	36 20 30	7 7 46	9 0 0	33
28	19 20 48	22 14 47	36 44 35	39 7 4	11 42 37	13 13 38	32
29	21 13 45	24 7 0	39 32 34	41 55 0	16 19 44	18 11 0	31
30	23 7 5	26 0 1	42 22 17	44 43 43	20 59 33	22 49 31	30
31	25 1 40	27 54 10	45 12 47	47 33 40	25 41 56	27 32 0	29
32	26 57 5	29 48 58	48 4 44	50 25 7	30 46 53	32 16 0	28
33	28 52 43	31 44 15	50 58 5	53 18 0	35 14 34	37 4 0	27
34	30 49 12	33 40 2	53 52 52	56 12 12	40 5 15	41 53 8	26
35	32 46 17	35 36 20	56 48 46	58 7 30	44 58 34	46 45 0	25
36	34 44 11	37 32 58	59 45 43	13 2 4 0	49 52 29	51 39 19	24
37	36 42 32	39 0 30	13 2 44 48	5 2 30	54 51 38	56 40 20	23
38	38 41 37	41 30 21	5 44 54	8 2 8	59 56 17	17 1 42 4	22
39	40 41 41	43 30 0	8 46 7	11 3 20	17 5 1 42	6 47 30	21
40	42 42 34	45 30 15	11 48 50	14 5 1	10 9 41	11 54 25	20
41	44 44 26	47 31 40	14 52 51	17 9 0	15 20 56	17 5 0	19
42	46 46 39	49 33 17	17 58 34	20 13 42	20 35 3	22 18 44	18
43	48 49 56	51 35 40	21 5 39	23 20 30	25 53 2	27 36 0	17
44	50 52 37	53 38 12	24 13 53	26 28 0	31 14 3	32 56 41	16
45	52 58 17	55 43 0	27 24 0	29 37 30	36 38 2	38 20 0	15
46	55 3 50	57 48 22	30 35 13	32 48 15	42 5 27	43 47 2	14
47	57 10 19	59 54 20	33 47 48	56 1 0	47 36 2	49 18 0	13
48	59 17 11	11 2 0 40	37 2 45	39 14 44	53 10 29	54 51 1	12
49	11 1 25 12	4 8 0	40 18 51	42 30 0	58 48 14	18 0 30 0	11
50	3 33 37	6 16 3	43 36 4	45 47 0	18 4 29 33	6 9 3	10
51	5 43 9	8 25 30	46 54 57	49 6 0	10 14 56	11 55 0	9
52	7 54 3	10 35 26	50 15 58	52 25 52	16 3 31	17 42 0	8
53	10 5 20	12 46 30	53 37 37	55 48 20	21 56 18	23 34 0	7
54	12 17 17	14 57 37	57 2 25	59 11 16	27 52 17	29 29 41	6
55	14 30 11	17 10 36	14 0 28 14	14 2 38 0	33 52 10	35 30 0	5
56	16 44 8	19 23 25	3 56 15	6 4 3	39 56 17	41 32 38	4
57	18 58 37	21 37 40	7 24 44	9 32 40	46 3 32	47 41 0	3
58	21 14 9	23 52 23	10 55 23	15 2 8	52 16 7	53 51 26	2
59	13 30 48	26 8 50	14 27 40	16 34 30	58 32 18	19 0 9 0	1
	grad. 5	5	4	4	3	3 complem.	

m. grad. 87	87	88	88	89	89 arcuū.	
arcuū.	Adſcriptæ sex. g. m. 2.	Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	Adſcriptæ sex. g. m. 2.	Hypotenuſæ sex. g. m. 2.	Adſcriptæ ſex. 2. ſe. 1. g. m.	Hypotenuſæ ſe. 2. ſe. 1. g. m.	m. cōpl.
0	19 4 52 5	19 6 27 21	28 38 10 24	28 39 13 4	0 57 17 23	0 57 17 55	60
1	11 16 40	12 52 0	52 37 49	53 40 0	0 58 15 42	0 58 16 13	59
2	17 45 15	19 18 28	29 7 20 18	29 8 22 5	0 59 15 56	0 59 16 27	58
3	24 18 14	25 52 0	22 15 55	23 17 10	1 0 18 20	1 0 18 50	57
4	30 56 5	32 28 15	37 27 52	38 28 36	1 18 57	1 19 26	56
5	37 38 16	39 11 0	52 56 5	54 1 0	2 29 57	2 30 26	55
6	44 24 55	45 56 2	30 8 40 18	30 9 38 0	3 39 24	3 39 53	54
7	51 16 42	52 49 0	24 41 17	25 40 27	4 51 28	4 51 56	53
8	58 16 21	59 43 10	38 59 14	39 57 53	6 7 40	6 8 7	52
9	20 5 13 56	6 45 0	57 35 52	58 34 0	7 23 57	7 24 24	51
10	12 19 35	20 13 48 37	31 14 29 37	31 15 27 13	8 45 1	8 45 27	50
11	19 30 54	21 1 0	31 42 2	32 39 7	10 7 13	10 7 38	49
12	26 47 9	28 15 8	49 13 51	50 10 24	11 37 53	11 38 18	48
13	34 8 36	35 38 0	32 7 4 56	32 8 0 57	13 8 20	13 8 45	47
14	41 35 35	43 2 31	25 16 15	26 13 45	14 43 46	14 44 10	46
15	49 7 6	50 36 0	43 49 4	44 44 0	16 23 26	16 23 49	45
16	56 46 3	58 11 56	33 3 22 42	33 4 17 9	18 7 35	18 7 58	44
17	21 4 29 14	21 5 55 0	21 58 23	22 52 18	19 56 38	19 57 0	43
18	12 16 9	13 41 0	41 31 48	42 25 12	21 51 9	21 51 31	42
19	20 11 58	21 37 0	34 1 38 21	34 2 31 14	23 50 39	23 51 0	41
20	28 12 49	29 36 36	22 4 6	22 56 28	25 56 21	25 56 42	40
21	36 19 56	37 43 0	42 53 47	43 44 37	28 8 36	28 8 56	39
22	44 30 49	45 55 32	35 4 10 44	35 4 2 3	30 27 49	30 28 9	38
23	52 52 12	54 15 0	25 52 29	26 43 16	32 54 26	32 54 45	37
24	22 1 17 51	22 2 39 31	48 1 30	48 51 46	35 29 22	35 29 41	36
25	9 49 40	11 13 0	36 10 38 36	36 11 28 20	38 13 6	38 13 24	35
26	18 29 29	19 50 7	33 45 29	34 34 42	41 6 25	41 6 42	34
27	27 14 54	28 38 0	57 21 58	58 10 39	44 10 12	44 10 29	33
28	36 7 33	37 27 8	37 21 28 55	37 22 17 5	47 25 31	47 25 48	32
29	45 6 32	46 28 0	46 2 13	46 49 53	50 53 30	50 53 46	31
30	54 13 33	55 32 5	38 11 19 26	38 12 6 33	54 35 18	54 35 34	30
31	23 3 27 26	23 4 48 0	37 3 43	37 50 20	58 32 23	58 33 0	29
32	12 48 5	14 5 34	39 3 24 20	39 4 10 25	2 2 38 23	2 2 38 38	28
33	22 17 54	23 37 0	30 20 57	31 6 30	7 19 17	7 19 31	27
34	32 54 5	33 10 31	57 56 15	58 41 17	12 15 47	12 16 1	26
35	41 39 48	42 58 0	40 26 7 12	40 26 51 42	17 30 27	17 30 40	25
36	51 33 21	52 48 45	55 12 17	55 56 16	23 16 12	23 16 24	24
37	24 1 34 40	24 2 52 0	41 24 38 6	41 25 21 34	29 27 56	29 28 8	23
38	11 44 0	12 58 20	54 58 0	55 40 55	36 15 33	36 15 44	22
39	22 3 32	23 15 0	42 25 56 8	42 26 38 32	43 42 39	43 42 50	21
40	32 30 39	33 44 0	57 49 25	58 31 18	51 53 2	51 53 13	20
41	43 6 50	44 19 36	43 30 24 21	43 31 5 43	3 0 55 58	3 0 56 8	19
42	53 51 15	55 8 30	44 3 57 22	4 38 12	10 39 3	10 39 12	18
43	25 4 47 0	25 5 58 43	38 19 36	44 39 0 0	22 13 7	22 13 16	17
44	15 51 39	17 2 51	45 13 34 41	45 14 14 29	34 51 19	34 51 27	16
45	27 6 0	28 18 40	49 45 38	50 25 0	49 10 52	49 10 0	15
46	38 29 51	39 40 0	46 26 53 39	46 27 32 24	4 5 17 2	4 5 17 9	14
47	50 5 4	51 14 42	47 5 4 36	47 5 43 0	24 31 47	24 31 54	13
48	26 1 42 43	26 2 58 50	44 22 6	44 59 48	46 32 36	46 32 42	12
49	13 47 2	14 55 37	48 24 42 19	48 25 19 29	5 12 31 17	5 12 31 22	11
50	25 55 51	27 1 55	49 6 14 36	49 6 51 15	43 46 15	43 46 20	10
51	38 12 16	39 24 53	48 54 45	49 31 0	6 20 18 15	6 20 18 19	9
52	50 40 51	51 47 52	50 32 54 30	50 33 30 6	7 9 42 46	7 9 42 50	8
53	27 3 23 28	27 4 29 57	51 18 9 51	51 18 45 0	8 10 34 11	8 10 34 14	7
54	16 17 29	17 23 27	52 4 48 33	52 5 23 6	9 33 5 18	9 33 5 21	6
55	29 23 4	30 28 31	52 55 46	53 29 0	11 27 32 35	11 27 32 38	5
56	42 41 50	43 46 45	53 42 28 43	53 43 2 14	14 19 25 36	14 19 25 37	4
57	56 13 41	57 18 5	54 33 40 56	54 34 13 56	19 6 10 39	19 6 10 41	3
58	28 10 0 18	28 11 4 11	55 26 28 35	55 27 1 3	28 38 51 13	28 38 51 14	2
59	23 57 31	25 0 53	56 21 4 29	56 21 36 25	57 17 42 26	57 17 42 27	1
	grad. 2	2	1	1	0	0 complem.	

PROPOSITIO XVIII.

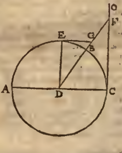
Arcuum quadrantis dimidio minorum adſcriptæ, minores ſunt radio: maiorum, maiores: Dimidii autem quadrantis adſcripta, æqualis eſt radio. Hypotenuſa vero, duplo ſinus dimidii quadrantis.



ESto circulus OBE, circa centrum A & diametrum OAE, cuius à puncto E excitetur perpẽdicularis diametro recta EF. Et ab ipſius centro ducantur rectæ circuli circunferentiam ſecantes ABF, ACG, ADH, & concurrentes cum recta EF in punctis F, G, H. Sitque arcus ED minor dimidio quadrãtis, EC dimidius quadrans, FB maior quadrantis dimidio. Aio adſcriptam quidem arcus ED, ſcil. EH minorẽ eſſe radio. Arcus vero EC adſcriptam EG, æqualẽ eſſe radio. Hypotenuſam AG, duplam rectæ CL, ſinus arcus EC. Denique arcus EB adſcriptam EF, maiorẽ eſſe radio. A punctis B, C, D ad diametrum circuli OAE demittantur perpendiculares BK, CL, DM. Quoniã igitur ex hypotheſi arc⁹ ED quadrãtis dimidio minor eſt, erit minor cõplemẽto ſuo, ſinuſque ſinu, hoc eſt DM minor quã MA. per 13 huius. Vt autẽ DM ad MA, ſic HE ad EA. Erit igitur adſcripta HE minor radio EA. Præterea cum arcus CE ſit quadrantis dimidius, erit æqualis complemento ſuo, eiuſque ſinus CL, æqualis ſinui complementi ſui LA per 13 huius. Vt autem CL ad LA, ſic GE ad EA. Erit igitur adſcripta GE ęqualis radio EA. Hinc fit vt quadratum à GA duplum ſit quadrati ab AE per 47 lib. 1 elem. Vt autem GA ad AE, ſic AC, id eſt AE, ad AL. Quare per 2 coroll. 20 lib. 6 elem. ſicut quadratum à GA eſt ad quadratum ab AE, ſic erit GA ad AL. Eſt autem quadratum à GA, duplum quadrati ab AE. Ergo & recta GA, dupla erit rectæ AL, vel CL. Denique cum arcus EB ſit maior quadrantis dimidio, erit maior complemento ſuo, & BK maior quã KA. vt autem BK ad KA, ſic FE ad EA. Ergo & FE quoque maior erit radio EA. Idem demonſtrari quoque poteſt per 18 lib. 1 elem. cum angulus quidem DAE ſit recti dimidio minor, GAE dimidius. FAE maior dimidio. Arcuum igitur quadrantis dimidio minorum adſcriptæ, minores ſunt radio: maiorum, maiores. Dimidij autem quadrantis adſcripta, æqualis eſt radio. Hypotenuſa vero, dupla ſinus eiuſdem arcus.

PROPOSITIO XIX.

Radius eſt medius proportionalis inter adſcriptam arcus, & adſcriptam complementi eius.

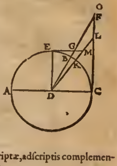


ESto circulus ABC circa centrum D, & diametrum ADC, & à punctis D & C excitentur perpendiculares, DE ſecans circuli peripheriam in E, & CO infinita. Erit igitur CE quadrans, reſecetur ex eo arcus CB. Eius complementum erit BE. Aio radium eſſe medium proportionalem inter adſcriptas arcuum CB, BE. Ex D namque per B ducatur recta DBF. concurrens cum CO in F. Et ad punctum E, radio ED excitetur perpendicularis EG, ſecans rectam DBF in G. Quoniam igitur rectæ ED, FC ſunt ad rectos diametro ADC, erunt paralleli, quibus ſectis à recta FD, anguli alterni EDG, DFC, erunt æquales. Sed & recti qui ad C & E anguli. Triangula igitur DFC, DGE, ſunt æquiangula. Vt igitur per 4 lib. 6 elem. FC ad CD radium, ſic radius DE ad EG. Sunt autem FC, EG, arcuum BC, EB adſcriptæ. Radius igitur eſt medius proportionalis inter adſcriptam arcus CB, & adſcriptam complementi eius BE. Quod demonſtrandum fuit.

Sit CB 60. BE erit 30. Erit igitur adſcripta 60, nimirum CF 1 ſexag. ī. 43 ḡ. 55 m̄. 21. ā. Adſcripta 30. ſcil. EG. 34 ḡ. 38 m̄. 27 ā. Vt autem 1 ſexag. ī. 43 ḡ. 55 m̄. 21 ā. ad 1 ſexag. ī. ſic 1 ſex. ī. ad 34 ḡ. 38 m̄. 27. ā.

PROPOS. XX.

Arcuum adſcriptæ, adſcriptis complementorum eorundem ſunt reciproce proportionales.

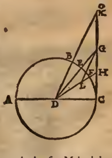


Repetita figura ſimili ſuperiori, ſumantur in quadrante CE duo arcus CB, CK. quorum complementa EB, EK. Aio adſcriptam arcus CB eſſe ad adſcriptam arcus CK, vt eſt adſcripta complementi KE, videlicet adſcripta arcus KE, ad adſcriptam complementi CB, nimirum ad adſcriptam arcus EB. Ex D nanque per K ducatur recta DKL, concurrens cum CO in L. Et protracta EG, concurrat cum ipſa in puncto M. Arcuum quidem CB, BE adſcriptæ ſunt CF, EG. Arcuum vero CK, KE, adſcriptæ ſunt CL, EM. Eſt autem ex antecedenti inter adſcriptas arcuum CB, BE, hoc eſt rectas FC, EG, medius proportionalis radius. Et ex eadem, radius eſt medius proportionalis inter rectas LC, EM. Quod igitur à duab' FC, EG. itē que quod à duabus, LC, FM, cōtinetur rectangulum, æquale eſt quadrato radij. Rectāgulum igitur ex FC in EG, æquale eſt rectangulo ex LC in EM. Quare per 16 lib. 6 elem. FC eſt ad LC, vt EM ad EG. Arcuum igitur adſcriptæ, adſcriptis complementorum eorundem ſunt reciproce proportionales, quod d. fuit.

Sit CB 60. CK 50. BE erit 30. KE 40. adſcripta CB, ſcil. CF erit 1 ſexag. ī. 43 ḡ. 55 m̄. 21 ā. adſcripta CK, nempe CL, erit 1 ſexag. ī. 11 ḡ. 30 m̄. 19 ā. adſcripta arcus KE, videlicet EM, erit 50 ḡ. 20 m̄. 45 ā. Ad ſcripta arcus EB, videlicet EG erit 34 ḡ. 38 m̄. 27 ā. Vt autem 1 ſexag. ī. 43 ḡ. 55 m̄. 21 ā. ad 1 ſexag. ī. 11 ḡ. 30 m̄. 19 ā. ſic 50 ḡ. 20 m̄. 45 ā. ad 34 ḡ. 38 m̄. 27 ā.

PROPOS. XXI.

Arcubus æqualiter ſe exuperantibus, creſcunt adſcriptarum differentiæ.



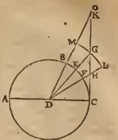
Eſto circulus ABC circa centrum D & diametrum AOC. ſumanturque arcus CF, CE, CB, æqualibus FE, EB. differentiis diſcrepantes. Et ex centro D per puncta B, E, F. ducantur hypotenuſæ DBK, OEG, DFH. concurrentes cum perpendiculari ad extremitatem diametri, nimirum CO, in punctis K, G, H. Eritque arcus CB, adſcripta CK. Arcus CE, adſcripta CG. Arcus CF, adſcripta CH. Differentia autem adſcriptarum arcuum CO, CE, nimirum tectarum CH, CG. eſt HG. Differenria adſcriptarum arcuum CE, CB, nimirum rectarum CG, CK, eſt GK. Dico KG maiorem eſſe GH. Per punctum G rectæ KD parallelus ducatur GL. Erit igitur angulo KDG, æqualis DGL angulus, per 29 lib. 1 elem. ſed & GDL eidem KDG eſt æqualis, (quia arcus BE, EF, ſunt ex hypotheſi æquales). Duo igitur GDL, OGL anguli inter ſe ſunt æquales. Quamobrem & rectæ quoque DL, LG. Et quia trianguli OCH rectus eſt ad C angulus, acutus DHE, LHG erit obtuſus. Maior igitur GL, hoc eſt OL, quam LH. Vt autem DL ad LH, ſic KG ad GH per 2 lib. 6 elem. (quando quidem in triangulo KOH, recta OL ducta eſt parallelus lateri KD.) maior igitur eſt KG quàm GH. Quod demonſtrandum fuit.

ALITER.

Quia obtuſus eſt OHO angulus, DG erit maior quàm DH. Eadem ratione & DK maior quàm OG. Circulus igitur centro, D & interuallo DG deſcriptus, tranſiliet rectam DH, ſecabit autem DK. Eius arcus eſto LGM, ſecans DK in M, & occurrens DH productæ in L. Ergo quia triangulum

HDO,

NDG, minus est sectore LDG. triangulum vero GDK, maius sectore GDM. Maior erit ratio trianguli KDG, ad sectorem MDG, quã trianguli GDH, ad sectorem GDL. Et permutatim trianguli KDO ad triangulum ODH, maior erit ratio, quàm sectoris MDO, ad sectorem GDL. Est autem triangulum KDG ad triãgulum GDH, per 1 lib. 6 elem. vt KG ad GH. Sector vero MDG ad sectorem GDL, vt angulus MDG ad angulum GDL. At angulus MDG æqualis est angulo GDL (quia arcus BE, EF sunt ex hypothesi æquales) maior igitur est KG quàm æqualis GH, id est maior quàm GH. Arcubus igitur æqualiter se exuperantibus, crescunt adscriptarum differentiæ. quod d. erat.



ALITER.

Quia trianguli KDH angulus KDH bifariã est diuisus à recta DO secante basin in G Erit vt KD ad DH, sic KG ad GH. per 3 lib. 6 elem. Maior autem est KD quàm DH (propterea quod in triãgulo KDH opponitur obtuso angulo KHD) Ergo & KG maior quam GH.

COROLLARIVM.

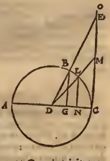
Hinc sequitur, si tres arcus æquales differentias habuerint, hypotenusam maximi ad hypotenusam minimi, esse vt differentiam adscriptarum maximi & medij, ad differentiam adscriptarum medij & minimi.

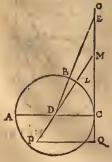
Theorematis autem in numetis hoc exemplum esto, sit CF 30, CE 45. CB 60, excessus vtrobique est 15. Adscripta 30, nimirum CH, erit 34 g̃. 38 m̃. 27 2̃. adscripta 45, videlicet CG. erit 1 sex. 1̃. differeutiã adscriptarum scil. GH, erit 25 g̃. 21 m̃. 33 2̃. Adscripta 60, nẽpe CK est 1 sex. 1̃. 43 g̃. 55 m̃. 21 2̃. quorum & adscriptæ CG differentia 43 g̃. 55 m̃. 21 2̃. nimirum GK. quæ multo maior est quàm 25 g̃. 21 m̃. 33 2̃. hoc est quàm GH.

PROPOS. XXII.

Arcuum hypotenusæ, sinibus complementorum eorundem, sunt reciproce proportionales.

In subiecto diagrammate. Aio hypotenusam arcus BC, esse ad hypotenusam arcus LC, hoc est DE ad DM, vt est sinus complementi LC, ad sinum cõplementi BC, hoc est ND ad DG. Erit enim ex 2 coroll. 15 radius medius proportionalis inter rectas ED, DG. Itemque inter rectas ED, DN. Bina igitur rectangula, quod ex EDO, quodque ex MDN, æqualia erunt quadrato radij, ergo & inter se quoque. Quamobrẽ per 16 lib. 6 elem. DE est ad DM, vt DN ad DG. Arcuum igitur hypotenusæ, sinibus complementorum eorũdem, sunt reciproce proportionales.



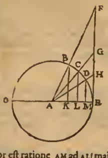


ALITER.

Proferatur MD vsque ad P, fiatque MP æqualis ED. Et ex P in EC protractam, demittatur perpẽdicularis PQ, vt in secundo diagrammate. Quoniam igitur recta DC rectæ PQ est parallelus, triangulum PMQ triangulo DMC erit æquiangulum. Vt igitur PM, hoc est DE ad DM, sic PQ ad DC, sunt autem DE, DM hypotenusæ arcus BC LC. PQ autem sinus anguli PMQ. hoc est complementi arcus LC. Et DC sinus anguli DEC. Hoc est sinus complementi arcus BC. Arcuum igitur hypotenusæ, sinibus complementorum eorundem sunt reciproce proportionales. quod d. fuit.

PROPOSITIO XXIII.

Arcubus æqualiter se exuperantibus crescunt hypotenusarum differentiæ.



Describatur circulus OBE. & à puncto E excitetur perpēdicularis ad diametrum recta EF. sumanturque arcus EO, EC, EB. æqualibus DC, CB differentiis discrepantes. Atque à centro circuli A, per puncta D, C, B, ducantur rectæ ABF, ACG, ADH. arcuū EB, EC ED hypotenusæ. Aio differētiam hypotenusarum AF, AG, maiorē esse differentia hypotenusarum AO, AH. Ex B nanque C & D demittantur perpēdiculares ad diametrum BK, CL, DM. Erit igitur AK sinus complementi EB, AL sinus complementi EC, AM sinus complementi ED. Porro cum ab æqualibus BC, CD arcubus, demissæ sint perpendiculares ad diametrum rectæ BK, CL DM, recta KL maior erit recta LM per 10 huius. Cumque arcuum hypotenusæ sint sinibus complementorum eorundem reciproce proportionales, per 22 huius, erit AF ad AO, vt AL ad AK. Eademque ratione AG erit ad AH, vt AM ad AL. Et quoniam ratio AL ad AK, maior est ratione AM ad AL (maior nanque est excessus LK excessu ML) erit & ratio AF ad AG, maior ratione AO ad AH. Ideóque differentia rectarum AF, AG, maior est differentia rectarum AG, AH. quod demonstrandum erat

Sit EO 50. EC 60. EB 70. differentia vtrobique est eadem, nimirum 10. Hypotenusa 50, scil. AH, est 1 sex. ī. 33 g̃. 20 m̃ 36 2̃. Hypotenusa 60, nimirum AG, 2 sex. 2̃. Differentia 26 g̃. 39 m̃. 24 2̃. hypotenusa 70 videlicet AF, est 2 sex. 2̃. 55 g̃. 25 m̃. 42 2̃. Quorum & hypotenusæ AO, differentia est 55 g̃. 25 m̃. 42 2̃. maior quàm 26 g̃. 39 m̃. 24 2̃. quæ hypotenusarum AG, AH differentia est.

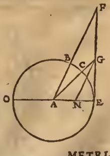
PROPOSITIO. XXIIII.

Arcuum inæqualium adscripta maioris, ad adscriptam minoris, maiorem habet rationem, quàm hypotenusa maioris, ad hypotenusam minoris.

Repetito antecedentis theorematis diagrammate. Aio EF ad EO maiorem habere rationem quàm AF ad AG. Vt enim AB ad BK, sic AF ad FE. Vtque AC ad CL sic AG ad GE. Est autem ratio AB ad BK minor quàm AC ad CL per 2 partem octauæ lib. 5 & 13 huius. Ergo & ratio quoque AF ad FE, minor est quàm ratio AG ad GE & permutatim ratio AF ad AG, minor est, quàm FE ad EG. Ratio igitur FE ad EG maior est quàm AF ad AG. Adscripta igitur maioris arcus, ad adscriptam minoris, maiorem habet rationem, quam hypotenusa maioris, ad hypotenusam minoris.

ALITER.

Rectæ FA per punctum G, ducatur parallelus GN. Triangula igitur AEF, NEG, erunt æquiangula. Vt igitur AF ad GN, sic FE ad GE. Habet autem AF ad GN maiorem rationem, quàm ad AG (cum GN minor sit quàm AG.) Ergo & FE quoque ad GE maiorem habebit rationem quàm FA ad AG. Quod d. fuit.

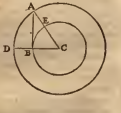


METRI-

METRICES ASTRONOMICAE LIBER TERTIVS,

DE TRIANGVLIS PLANIS RECTILINEIS.

HActenvs de rectis circulo inscriptis, adscriptis, & hypotenusis dictum sit. Earum autem vsus in triangulorum, tum planorum rectilineorum, tum (vt suo loco demonstrabitur) sphæricorum, dimensionibus capiendis, potissimè situs est. Nam cum duorum arcuum quadrantem absoluentium sinus, alter in alterum ad rectos incidant, iisque connexis radio, fiat triangulum rectangulum: Cum item ex circuli radio, adscripta cuiusque arcus, & hypotenusa, componatur triangulum rectangulum, cuius latera rectum angulum ambientia, sunt radius & adscripta: hypotenusa vero, quod recto opponitur: idcirco propositum quodcunque triangulum rectilineum rectangulum, ad sinus, adscriptas, & hypotenusas reuocari potest. Nam centro vnius acutorum angulorum trianguli, & aliàs interuallo lateris recto angulo oppositi, circulum descriptum intelligimus. Cum quidem latus rectum subtendens, fit radius, latera vero rectum angulum ambientia, sinus acutorum angulorum. Aliàs, prout res tulerit, centro eodem & interuallo vnius rectum ambientium, peripheriam circinamus, Ac tum id latus, fit radius: reliquum ex ambientibus, adscripta: quod autem recto obtenditur, hypotenusa. Quo fit, vt quemadmodum in circulo, ex datis arcubus, siue angulis, dantur sinus, adscriptæ, & hypotenusæ, & contra. Sic in triangulo, ex angulis dentur latera, pro vt sunt sinus, vel adscriptæ, hypotenusæ, & radius. Paritérque datis lateribus in quibuscunque partibus, dentur anguli. Quod quo facilius intelligatur,



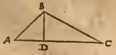
Esto triangulum ABC rectangulum. Modo igitur centro C, & interuallo CA, lateris recto angulo oppositi describo circulum, qui sit AD, & produco CB vsque ad peripheriam in D. Est igitur ex fabrica CA radius, & ex hypothesi sinuumque definitione, AB sinus arcus AD, siue anguli ACB. & BC sinus complementi arcus AD, siue anguli BAC, sinus. Modo, centro vnius acutorum, vt C. Et interuallo lateris ambientis CB. describo circulum EB, fitque ex fabrica CB circuli radius: AB adscripta arcus BE, vel anguli BCE: & CA hypotenusa eiusdem.

At vero prisca ratio fuit circunscribendi circulos triangulo, quo modo latera trianguli reducebantur ad rectas inscriptas circulo, vt intelligetur posthac.

PROPOSITIO I.

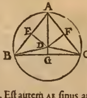
Trianguli latera ad sinus angulorum iis oppositorum easdem habent rationes.

PAtet in triangulis rectangulis, ipſa nanque latera, ſunt ſinus oppoſitorum angulorum. In obliquangulis, ſic demonſtrabimus. Sit triangulum ABC obliquangulum. Aio trianguli ABC latera ad ſinus oppoſitorum angulorum eaſdem habere rationes. Demittatur ex B perpendicularis in latus AC, recta BD. Erit igitur, vt oſtendimus, in triangulo BDC rectangulo, BC ad ſinum anguli BDC recti, id eſt ad radium, vt BD ad ſinum anguli C. Rurſuſque in triangulo ABD, ſinus anguli ADB recti, id eſt radius, eſt ad AB, vt ſinus anguli A ad BD. Ex æqua igitur ratione, BC eſt ad AB, vt ſinus anguli A, ad ſinum anguli C. Et permutatim BC eſt ad ſinum anguli A, vt AB ad ſinum anguli C.



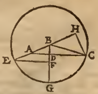
ALITER.

Triangulo ABC circunſcribo circulum per 5 lib. 4 elem. Cuius à centro, quod ſit D, ad ſingula trianguli latera demitto perpendiculares, DE, DF, DG. ductis DA, DB, DC. Trianguli itaque latera AB, AC, BC, bifariam ſecabuntur in punctis E, F, G, per 3 lib. 3 elem. Et anguli BDA, ADC, BDC, biſecabuntur à perpendicularibus, DE, DF, DG. per 4 lib. 1 elem. Quare angulus BDA, duplus erit anguli ADE. ſed & anguli quoque ACB duplus eſt, per 20 lib 3 elem. æqualis igitur eſt angulus ADE, angulo ACB. Eodémque modo demonſtrabimus, fore angulum ABC æqualem angulo ADF. Itemque angulum GDC æqualem angulo BAC. Sed & quoniam BA dupla eſt AE, & CA dupla AF. Erit BA ad AE, vt CA ad AF. vtque etiam CB ad BG. Eſt autem AE ſinus anguli ADE hoc eſt ACB. & AF ſinus anguli ADF, hoc eſt ABC. & BG ſinus anguli BDG, hoc eſt BAC. Trianguli igitur latera, ad ſinus angulorum iis oppoſitorum, eaſdem habent rationes. Quod d. fuit.



ALITER.

Trianguli ABC. Maximus angulus eſto B, vt in ſecũda deſcriptione. Centro igitur B, & interuallo BC, maioris duorum laterum ipſum angulum continentium deſcribo circulum CGE. producta BA vſque ad peripheriam in E. Et ex B in AC demitto perpendicularem BD, eamque profero, donec peripheriam ſecet in G. Demitto & ex E in BG perpendicularem EF. Et ex C in AB productam, perpendicularem CH. Quoniam igitur AD parallelus eſt rectæ EF, triangula EBF, ABD erunt æquiangula. Vt igitur EB ad BF, id eſt (quoniam EB & CB ſunt æquales) vt CB ad BF, ſic AB ad BD. Eſt autem BF ſinus anguli BEF, vel BAC. Et BD ſinus anguli BCA. Vt ergo CB ad ſinum anguli BAC ſibi oppoſiti, ſic AB ad ſinum anguli BCA. Præterea cum triangulum BEF ſit æquiangulum triangulo HAC. (æquales nanque ſunt anguli ad A & E, rectique qui ad F & H) erit vt EB ad BF, id eſt CB ad BF. ſic AC ad CH. Eſt autem BF ſinus anguli BAC, & CH ſinus anguli CBH, id eſt CBA. Quare vt CB ad ſinum anguli BAC, ſic AC ad ſinum anguli ABC. At & ſic quoque AB ad ſinum anguli BCA. Quare omnia trianguli latera, ad ſinus oppoſitorum angulorum, eaſdem habent rationes.



¶ Antequam autem aggredior exponere quomodo ex quibuſdam in triangulo datis reliqua eliciantur, facturũ me operæpretium duxi, ſi huiuſce rei fontes cauſamque paucis indicarem. Laterum igitur & angulorum trianguli magnitudinem definiunt, cum alia, tum vero hæc. Duo latera, vna cum angulo ab iis comprehenſo. Tria latera. Duo anguli, & latus vnum. Angulus vnus, & duo latera quæ circa alterum angulum: vna cum tertij anguli ſpecie, hoc eſt rectitudinis, obtuſitatis, vel acuminis. His nanque in triangulo poſitis ac definitis, ponuntur ac definiuntur reliquorum ipſius angulorum & laterum magnitudines. Quæ non iam variari & mutari poſſunt, quandiu manet hypo-

hypothesis,sed certę fixæque sunt.Idque ex eo patet, quòd quibus in triangulis illa ponūtur eadem,ea sunt æquilatera & ęquiangula,per 4 lib.1 elem.8,& 26 eiusdē,&7 lib.6 elem. Speciem vero trianguli(species autem continetur angulorum magnitudine, & ratione laterum trianguli,vt definit Euclides in datis)hæc definiunt. Duorum ipsius angulorum magnitudo,ex ea nanque sequitur ratio laterum.Rationes trium laterum ipsius:Propterea quod ipsas consequitur angulorum quantitas. Angulus vna cum ratione laterum ipsum ambientium: Angulus vnus,cum laterum alterum angulum ambientium ratione,& tertij anguli specie: Propterea quod quibus in triangulis illa reperiuntur eadem , ea triangula sunt similia , habentque omnes angulos æquales , & circa ipsos latera proportionalia, per 4,5, 6,& 7 lib. 6 elem. Quo fit vt iis in triangulo datis, ea quæ ex ipsis eliciuntur, proposito tantum quadrent triangulo, & omnibus triangulis ipsi æquilateris & æquiangulis, vel certe similibus, per iam dicta theoremata . Quamobrem quæcunque trianguli magnitudinem speciemúe circunscribunt ac determinant,si ea in duobus pluribusúe triangulis ponatur eadem , ipsorum æqualitas similitudóue concluditur. Ex iisdem quoque in triangulo datis , ignota eruuntur. Vt enim triangula sunt æquilatera & æquiangula, quorum bina vnius latera, binis lateribus alterius æquantur , & angulus ab æquis lateribus vnius comprehensus, angulo ab æquis lateribus alterius comprehenso , per 4 lib. 1 elem. Laterum autem sunt proportionalium, & æqualium angulorum, quæ circa æquales angulos proportionalia habent latera, per 6 lib. 6 elem. Ita si in triangulo detur angulus, datis lateribus comprehensus, dabuntur reliqua per 5 huius . Si detur angulus ratioque laterum ipsum abientium , dabuntur per eandem anguli, omniumque laterum inter se rationes. Rursus æquilatera triangula, sunt æquiangula per 8 lib.1 elem. Nec non & ea quæ proportionalium sunt laterum , per 5 lib.6 elem. Pariter igitur si trianguli obliquanguli, detur tria latera, eorumúe rationes, dabuntur per 7 huius anguli. Hoc amplius in rectangulis, quod satis est dari duo latera, ad reliquorum inuentionem. Quippe cum triangula rectangula, quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius sunt æqualia , vel quæ rectos ambiunt angulos, vel quæ vnum acutum , sint æquiangula & æquilatera per 47 lib. 1 elem. Ergo etiam in triangulo rectangulo,datis duobus ipsius lateribus , anguli tertiumque latus inueniuntur,per 3 huius. Ad hæc triangula quorum bini vnius anguli sunt binis alterius angulis æquales, & latus vnum vnius, vni alterius æquale,vel quod æquis adiacet angulis,vel quod vni æqualium angulorum opponitur,sunt æquilatera & ęquiangula per 26 lib. 1 elem.

Si igitur in triangulo , obliquangulo quidem, duo anguli dentur cum vno latere quolibet:rectangulo autem,vnus angulus acutus(rectus enim semper datur) vna cum vno ipsius latere:dabuntur & omnes anguli omniáque latera,per secundam huius. Cum item æquiangula triangula habeant latera circum æquales angulos proportionalia per 4 lib. 6 elem, sequitur vt datis trigoni angulis, detur laterum ratio, per eandem secundam huius. Denique demonstrari è 7 lib. 6 elem. potest,si duo triangula habuerint vnum angulum vni ęqualem, & circa alios angulos latera æqualia, tertios autem angulos congeneres, hoc est, ambos vel acutos,vel non acutos,æquilatera esse & æquiangula (cum eiusmodi triangula sint per ipsam quidem 7 lib.6 æquiangula,& per 4 lib.1 æquilatera). Si vero latera quæ reliquum ambiunt angulum,non sint ęqualia quidem,sed tamen proportionalia,triangula erunt ęquiangula per 7 lib.6 & proportionalium laterum per 4 lib. 1 & 4 lib. 6. Ergo si trianguli detur vnus angulus, & duo latera reliquum angulum ambientia,vna cum specie 3. anguli, hoc est, acutusne sit an non, dabuntur anguli, tertiumque latus per 6 huius.Quia igitur ad triangulorum æqualitatem probandam non satis est habere ipsa vnum angulum vni æqualem, & circa alios angulos latera æqualia,nisi tertii anguli sint congeneres, vel ambo acuti, vel ambo maiores acutis, vt demonstrari potest è 7 lib. 6 elem. Ideo ne illud quidem satis est, dari vnum angulum trianguli, & latera quæ circa alterum sunt angulum : nisi etiam detur, acutusne sit tertius angulus an non. Quod cum non aduertisset præstantissimus mathematicus Copernicus,lapsus est propositione 6 planorum triangulorum, vt è 6 huius intelligetur. In hanc sententiam disserebat olim nobiscum amicus & familiaris noster Iohannes Sauilius Anglus, omnibus quæ ad humanitatem pertinent artibus oppido quàm eruditus, acerrimique vir ingenij.

PROPOSITIO II.

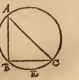
Datis triquetri angulis, & vno latere, reliqua latera inuenire.

ETsi astronomico antiquorum calculo breuiorem nos esse tradituros professi sumus, tamen vel Ptolemæi intelligendi gratia, non abs re fuerit veterem computationis modum nouo adiungere. Quod deinceps in singulis theorematibus facturi sumus, vbi quid varietatis erit. Atque vt ad theorema propositum veniamus. Illud generaliter de angulis trianguli accipiendum est: Angulos in æquilateris per se dari, cum tres anguli sint ęquales. In æquicruriis autem satis esse vnum dari, modo definiatur datus angulus æquisne contineatur lateribus, an adiaceat. Nam si æquis continetur, residui ad duos rectos dimidium, est vterlibet æqualium angulorum. Sin adiaceat, reliquus adiacens ipsi æqualis datus erit. Tertius autem 32. lib. 1. elem. datur. At in scalenis duo dandi sunt, Tertium nãque 32. lib. 1: elem. dabit. Esto igitur triangulum ABC rectangulum, huius datus sit vnus acutorum angulorum, videlicet A, vnumque latus: ac primo latus rectò oppositum AC. Ex his datis, reliqua sunt elicienda.

PTOLEMAICA METHODVS.

DAto ABC triangulo circulum circunscribo. Quoniam igitur angulus BAC datus est qualium 4 recti sunt 360 partium. Ergo & qualium duo recti, vt in peripheria sunt 360 partium, talium ipse dabitur, proindéque & arcus BEC. & reliquus è semicirculo ADB. Ipsorum etiam chordæ AB, BC, per canonem sinuum vel chordarum, dabuntur talium, qualium AC diameter est 120. Ergo qualium AC datur partiũ, talium dabitur vtráque AB, BC, per 19 lib. 7 elem.

Exemplum sit A 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. AC. 10. quoniam igitur angulus BAC talium est 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. qualium 4 recti, vt in centro, sunt 360. Ergo qualium duo recti, vt in peripheria, sunt 360, talium angulus BAC erit 73 g̃. 44 m̃. 24 2̃. Arcus igitur BEC. erit talium 73 g̃. 44 m̃. 24 2̃. qualium circulus ABC 360. Reliquus igitur è semicirculo BDA erit 106 g̃. 15 m̃. 36 2̃. Ergo & ipsorum arcuum chordę erunt è canone sinuum vel chordarum: BC quidem 72 id genus partium qualium AC 120. AB vero 96. Qualium ergo AC 10, talium BC erit 6. AB 8.

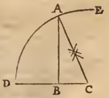


RECENTIOR METHODVS.

Breuius ad hunc modum. Centro C & interuallo CA, describo circulum DAE, fit igitur radius quidem CA. AB vero sinus arcus AD, vel anguli C. BC sinus complementi arcus AD, vel anguli A. Cumque ipsi anguli dati sint, dabuntur & eorum sinus AB, BC, per canonem sinuum, talium partium qualium AC radius est vna sexag. 1̃. Quare qualium AC ex hypothesi datur partium, talium AB & BC dabuntur per 19 lib. 7. elem.

Exemplum. Sit A 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. AC 10. Erit igitur C reliquum vnius recti 53 g̃. 7 m̃. 48 2̃. Quamobrem per canonem sinuum AB erit 48 g̃. BC 36, qualium vtique AC 1 sex. 1̃. Cumque ratio AC ad AB sit vt 1 sex. 1̃ ad 48, Qualium AC 10, talium AB erit 8. Itémque cum AC sit ad BC, vt 1 sex. 1̃. ad 36 g̃: Qualium AC 10. talium BC erit 6.

¶ Nunc vero detur vnum ex lateribus quæ circa rectum, vt AB.



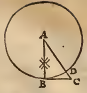
PTOLEMAICA METHODVS.

Repetito priori diagrammate huiusce propositionis, quoniam dantur anguli, dabuntur & arcus ADB, BEC: & trianguli latera AB, BC vt chordæ arcuum quibus subtenduntur, talium partium qualium AC 120. per canonem sinuum vel chordarum. Quare qualium AB datur partium, talium dabuntur AC, BC. Quod si triangulum non fuerit rectangulum, sed obliquangulum, eadem tamen erit inuentionis ratio,

NOSTRA METHODVS.

Centro A & interuallo AB describo circulum BD. fitque radius quidem AB, BC vero adscripta arcus BD, & AC eiusdem hypotenusa. Cum igitur angulus A sit datus, hoc est arcus BD,

qua-



qualium AB trianguli latus, tanquam circuli radius est 1 sex. ī. talium dabitur BC ex canone adscriptarum, & AC ex canone hypotenusarum. Ergo qualium AB per hypothesim datur partium, talium BC & AC dabuntur.

Exemplum. Sit angulus A 36 g̃. 52 m̃. 12 z̃. AB 8. Erit igitur angulus C 53 g̃. 7 m̃. 48 z̃. Qualium ergo AB est 1 sex. ī, talium BC erit 45 ex canone adscriptarum. AC 1 sexag. ī. 15 g̃. ex canone hypotenusarum. Ergo qualium AB 8, talium BC erit 6. AC 10. Nec vero nos fugiat, posse vtranque πτῶσιν huius propositionis, tam ex finibus, quàm ex adscriptis & hypotenusis expediri.

¶ Quod si propositum triangulum sit obliquangulum, tamen quia dati sunt anguli, quorum sinus ex 1 huius sunt in ratione laterum iis oppositorum, lateribus assignabimus numeros sinuum angulorum iis oppositorum. Hoc pacto data ratione laterum trianguli, & vno ex ipsis dato, reliqua dabuntur in iisdem numeris, per 19 lib. 7 elem.

PROPOS. III.

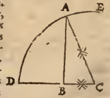
Duobus trianguli rectanguli lateribus datis, angulos tertiumque latus inuenire.

PTOLEMAICA METHODVS.

REpetito primo antecedentis theorematis diagrammate, dentur trianguli ABC duo latera, & primo latus AC, cum vno eorum quæ circa rectum, nempè CB. Oportet omnes angulos, latusque tertium inuenire. Cum igitur AC & BC datæ sint ex hypothesi, qualium AC vt semidiameter circuli ABC est 120, talium dabitur BC. Per canonem vero chordarum vel sinuum, arcus BEC: totidemque partium & angulus BAC, qualium 2 recti sunt 360. Ergo qualium 4 recti sunt 360, talium dabitur angulus BAC, reliquusque C. Dato autem arcu BEC, dabitur residuus ad semicirculum BDA, rectáque AB ex canone chordarum vel sinuum, talium dabitur partium qualium AC 120. Qualium igitur AC datur partium ex hypothesi, itémque BC, talium dabitur & AB. Potest etiam exquiri latus AB, etiam non cognitis angulis, ad hunc modum. Quoniam quadratum ex AC æquale est duobus quadratis ex AB, BC. Subducto quadrato rectæ BC, ex quadrato rectæ AC, relinquetur quadratū rectæ AB. Vnde recta AB cognoscetur talium partium qualium AC & BC. Similis inuestigationis lateris AB apud Ptolemæum exemplum est cum alibi, tum lib. 6 μεγ. συνταξ. capite quod inscribitur πραγματεία κανονίων ἐκλειπτικῶν.

Exemplum. Sit AC 10. BC 6. Qualium igitur AC vt dimetiens circuli ABC est 120, talium BC erit 1 sex. ī. 12 g̃. tanquam arcus BEC chorda. Ipse autem arcus BEC ex can. chordarum vel sinuum 73 g̃. 44 m̃. 24 z̃. totidemque partium & angulus BAC, qualiū vtique 2 recti sunt 360, ergo qualium 4 recti sunt 360 partium, talium angulus BAC erit 36 g̃. 52 m̃. 12 z̃. Reliquus vero C talium 53 g̃. 7 ī. 48 z̃. Quoniam vero arcus BEC est 73 g̃. 44 ī. 24 z̃. Residuus ad semicirculum BDA erit 106 g̃. 15 m̃. 36 z̃. qualium tota circuli triangulum ABC circunscribentis peripheria est 360. Eius autem chorda AB 96. qualium vtique AC 2 sex. ī. Ergo qualium AC est 10, talium AB erit 8. Aut etiam quia AC est 10, ipsius quadratum erit 100. Quadratum rectæ BC 36. Quo deducto ex 100, restat quadratum rectæ AB 64. Cuius latus AB erit 8.

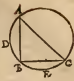
RECENTIOR METHODVS.



Repetatur secundum antecedentis theorematis diagramma. Cum igitur AC & BC in iisdem datæ sint partibus: Qualium AC, vt radius, est 1 sex. ī, talium dabitur BC per 19 lib. 7 elem. & ex can. sinuum angulus BAC, ex indéque rectl reliquus C, & arcus AD, eiusque sinus AB ex can. sinuum. Ergo qualium AC ex hypothesi data est partium, talium dabitur AB. Exemplum. Sit AC 10. BC 6. Qualium igitur AC est 1 sex. ī, talium BC erit 36. Et complemētum arcus DA, siue angulus BAC erit 36 g̃. 52 m̃. 12 z̃. Reliquus ergo AD, angulusue C, 53 g̃. 7 ī. 48 z̃. eiusque sinus AB ex can. sinuū 48, qualium nimirum AC est 1 sex. ī. Qualium ergo AC 10, talium AB erit 8.

Secundo dentur latera quæ rectum ambiunt AB, BC.

PTOLEMAICA METHODVS.

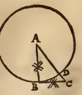


Datis AB, BC, dabuntur & ipsarum quadrata, quæ coniuncta efficiunt quadratum rectæ AC, dabitur ergo quadratum rectæ AC, ipsaque AC talium partium, qualium AB & BC datæ sunt. Qualium ergo partium AC vt diameter circuli triangulo ABC circunscripti est 120, talium dabitur BC, & per canonem chordarum vel sinuum, arcus BEC talium dabitur qualium tota circuli peripheria est 360. Angulus quoque BAC totidem numero partium, qualium 2 recti sunt 360. Ergo qualium 4 recti sunt 360, talium dabitur & angulus BAC, reliquusque C.

Exemplum Plinius lib. 2 cap. 72 ait Romæ meridiano tempore, æquinoctij die, nonam partem gnomonis deesse vmbræ. Sit igitur AB gnomon, vmbra æquinoctialis BC, Radius solaris AC. Ratio igitur AB ad BC erit vt 9 ad 8. Et quia qualium AB est 9, talium BC est 8. Quadratum ex AB erit 81. Quadratū ex BC 64. Summa ipsorum, hoc est quadratum AC 145. Vel 2 sex. $\bar{1}$. 25 $\bar{g}$. Ipsaque AC 12 $\bar{g}$. 2 $\bar{1}$. 30 $\bar{2}$. qualium vtique AB 9, BC 8. Et quia AC est ad CB vt 12 $\bar{g}$. 2 $\bar{m}$. 30 $\bar{2}$. ad 8. Qualium AC est 120, talium CB erit 79 $\bar{g}$. 43 $\bar{m}$. 30 $\bar{2}$. Quare arcus BEC ex can. chordarum vel sinuum erit 1 sex. $\bar{1}$. 23 $\bar{g}$. 16 $\bar{m}$. totidemque partium & angulus BAC, qualium 2 recti sunt 360 partium. Qualium igitur 4 recti sunt 360, talium angulus BAC erit 41 $\bar{g}$. 38 $\bar{m}$. Reliquus ergo C 48 $\bar{g}$. 22 $\bar{m}$. talium.

Quoniam disciplina hæc ad sphæræ cœlestis dimensionem comparata est, cuius ex centro mortales siderum motus contemplantur & metiuntur, Idcirco siue dantur, siue exquiruntur anguli alicuius trianguli, accipiēdi sunt earum partium quarum 4 recti, vt in centro sphæræ sunt 360 partium. Quare Ptolemæus qui dum circulos circunscribit triangulis angulos à centro ad peripheriam transfert, datos vel quæsitos angulos necesse habet transferre ab iis partibus quarum 4 recti sunt 360, ad eas partes quarum 2 recti, vt in peripheria, sunt 360, & contra. Quod ipsum molestum est. Accedit quod dum latus trianguli recto oppositum angulo statuit 120 partium, vt diametrum circuli triangulo circunscripti, per ipsa & multiplicare & partiri sæpenumero necesse habeat. Concinnius igitur posteriores, qui centro vnius acutorum angulorum trianguli & interuallo lateris recto oppositi describunt circulum, efficiuntque latus recto oppositum circuli radium. Qui 60 est partium, hoc est 1 sex. $\bar{1}$. & latera rectum ambientia sinus oppositorum angulorum. Angulos autem earum sumunt partium quarum 4 recti sunt 360. Quamobrem nec translatione angulorum opus habent: Et per radium, qui est 1 sex. $\bar{1}$. liberantur vno opere, modo quidem multiplicatione, modo vero diuisione, vt ex sequentibus intelligetur. Quandoquidem 1 sex. $\bar{1}$. nec auget multiplicando numerum, nec diuidendo minuit. Tantum speciem multiplicando quidem in superiorem ordinem promouet, diuidendo autem ad inferiorem. Quare recentiores, AC quidem latus inueniunt eadem qua Ptolemæus via. At angulum BAC facilius. Nam datis AC & BC in iisdem partibus, qualiū AC vt radius circuli centro C & interuallo CA descripti est 1 sex. $\bar{1}$. talium inueniunt vnica diuisione BC, sinum anguli BAC, & ex can. sinuum angulum BAC.

NOSTRA METHODVS.



Repetatur tertium & vltimum antecedentis propositionis diagramma. Quia igitur AB & BC in iisdem partibus datæ sunt, Qualium AB, vt radius, est 1 sex. $\bar{1}$, talium dabitur BC, & ex canone adscriptarum arcus BD, angulusque BAC. per arcum vero BD dabitur hypotenusa AC earundem partium atque AB. Ita ratione AB ad AC data, Qualium AB ex hypothesi data est partium, talium dabitur AC per 19 lib. 7 elem. Ex angulo autem BAC dato, dabitur & recti reliquus ACB.

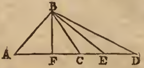
Exemplum, Cum AB sit ad BC vt 9 ad 8, qualium AB est 1 sex. $\bar{1}$, talium BC erit 53 $\bar{g}$. 20 $\bar{m}$. per 19 lib. 7 elem. & arcus BD, angulusue BAC erit ex can. adscriptarum 41 $\bar{g}$. 38 $\bar{m}$. AC tanta erit latitudo vrbis Romæ, quemadmodum etiam à Ptolemæo in Geographia ponitur. Restabit angulus C 49 $\bar{g}$. 22 $\bar{1}$. AC autem hypotenusa

husa atcus BD erit 1 sex. I. 20 g. 16 m. 39 2. Qualium vtique AB est 1 sex. I. Qualium ergo AB 9, talium AC erit 12 g. 2 m. 30 2.

¶ Quod si non latera dentur; sed laterum rationes, datum iri tamen angulos eadem via perspicuum est. Exempla autem 2 πτώσιως huius theorematis apud Ptolemæum sunt plurima lib. 2 μεγ. συντάξεως, Capite περὶ τοῦ λόγου τῶν γνωμόνων πρὸς τὰς σκιάς.

PROPOS. IIII.

Si ab angulo trianguli demittatur perpendicularis in latus duobus acutis adiacens; cadet intra triangulum. Si in latus recto adiacens, congruet cum reliquo latere quod circa rectum. Si in latus adiacens obtuso, cadet extra triangulum.



ESto enim triangulum ABC. Cuius duo anguli A & ACB sint acuti. Et ab angulo B in latus AC demittatur perpendicularis, Aio ipsam cadere intra triágulum, vt BF. Secus nanque, vel cadet in alterum ex lateribus BA, BC. Vel extra triangulum. Non incidit autem in latera BA, BC. Ita nanque accideret vt angulus acutus, recto æqualis esset, pars toti: Quod fieri nequit. Sed neque extra triangulum cadit. Aut si fieri potest, ea esto BD. Angulus igitur BCA exterior, angulo D interiore, acutus recto, maior erit, per 16 lib. 1 elem. Quod fieri non potest. Non igitur perpendicularis cadit extra triangulum, demonstrauimus autem, quod ne in latera quidem AB, BC. Cadit ergo intra triangulum, vt propositum fuit.

¶ Nunc autem esto triangulum BFD rectangulum. Aio perpendicularem ductam ex B in FD, esse id ipsum latus BF. Alioquin esto, si fieri potest, BC. Triáguli igitur BFC. duo anguli BFC, BCF, erunt ambo recti contra 17 lib. 1 elem. Quod est impossibile. Item absurdum sequetur, si facias perpendicularem esse BD. Aut etiam cadere extra triangulum. Plane igitur perpendicularis eadem est cum latere BF.

¶ Sit denique triangulum BCD, obtusum habens BCD angulum. Aio perpendicularem ex B demissam in oppositum latus CD, cadere extra triangulum, vt BF. Quod nisi sic habet, ea vel congruet alteri ex lateribus BD, BC. Vel cadet intra triangulum. Cum neutro autem laterum BD, BC congruit. Hoc siquidem pacto, rectus æqualis foret, vel obtuso BCD, vel acuto D. Ne intra triangulum quidem cadit. Nam si fieri potest, ea esto BE. Trianguli igitur CBE, duo anguli BCE, BEC, duobus rectis maiores erunt, contra 17 lib. 1 elem. Quod fieri nequit. Non igitur cadit intra triangulum. Ostendimus autem quod neque in latera BC, BD, cadit. Extra triágulum igitur, quod demonstrandum fuit.

DE TRIANGVLIS OBLIQVANGVLIS.

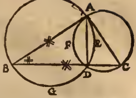
PROPOS. V.

Datis duobus trianguli obliquanguli lateribus, & angulo ab iis comprehenso, reliqua inuenire.

ESto triangulum ABC, cuius duo AB, BC latera data sint, & angulus ab iis comprehensus B. Propositú est inuenire angulos C & BAC, tertiumque latus AC. Porro angulus B datus, vel erit acutus, vel obtusus. Sit primo acutus, & ad longius duorum datorum laterum, quod sit BC ducatur ab opposito angulo perpendicularis AD, quæ per 4 huius cadet intra triangulum. Cum latere BC longiore existente quàm AB, angulus BAC maior sit quàm angulus C, ideóque anguli C & B acuti.

PTOLEMAICA METHODVS.

Trianguli ABD, ADC rectangulis circuli circumscribantur. Erunt igitur eorum dimetientes AB, AC. Cumque trianguli ABD dentur anguli latusque AB, dabuntur & BD, AD earundem partium, per 2 huius, ex Ptolemaica ratione. Est autem tota BC data talium. Residua ergo

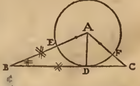


DC dabitur talium. Cumque trianguli ADC rectanguli data sint duo latera AD,DC, dabuntur reliqua, hoc est, & latus AC, & angulus ACD per 3 huius, iuxta Ptolemæi viam. Datus autem est & B quoque angulus, tertius ergo BAC dabitur talium.

Exemplum. Esto AB 20. BC 21. Angulus ABC 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. qualium 4 recti sunt 360. Qualium ergo duo recti sunt 360, talium angulus B erit 73 g̃. 44 m̃. 24 2̃. totidémque partium & circunferentia AED, cui subtenditur recta AD. Sed quarum circulus triangulum ABD circunscribens est 360. Residua DGB, residuarum ad semicirculum erit partium 106 g̃. 15 m̃. 36 2̃. Quamobrem & ipsorum arcuum chordæ partium erunt, AD quidem 72: DB vero 96. Qualium vtique diameter AB est 120. Qualium ergo AB est 20, talium AD quidem erit 12. BD vero 16. Est autem BC talium 21. Residua ergo DC 5. Quadratum autem ex AD est 144. Quadratum ex DC 25. Summa 169. Vtique quadratum ex AC. Quare AC 13. Talium autem est & AD 12. Ergo qualium AC diameter est 2 sex. 1̄. talium AD erit 1 sex. 1̄. 50 g̃. 46 1̄. 9 2̃, vt chorda arcus AFD, ipséque arcus AFD 134 g̃. 45 m̃. 36 2̃. Qualium circulus AFDC triangulo ADC circunscriptus est 360. Ideóque & angulus ACD talium 134 g̃. 45 m̃. 36 2̃. qualium duo recti sunt 360. Qualium igitur 4 recti sunt 360, talium angulus ACD 67 g̃. 22 m̃. 48 2̃. Est vero & ABC talium 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. Tertius igitur angulus BAC erit 75 g̃. talium. Quod inueniendum fuit.

NOSTRA METHODVS.

Centro A & Intetuallo AD describatur circulus EDF, secans AB in E. & AC in F. fiétque arcus ED adscripta quidē DB, hypotenusa vero AB. Et arcus DF, adscripta DC, hypotenusa AC. Quoniā igitur in triāgulo ABD rectāgulo dantur anguli latusque AB, dabitur & latus AD taliū per 2 hui⁹, ex nostra ratione. Est autē & BC quoque data talium. Ergo & qualium AD, vt radius, datur 1 sex. 1̄, talium per 19 lib. 7 elem. dabitur BC. At BD talium datur per arcum ED datum) Ergo residua DC talium dabitur, quæ cum sit adscripta arcus DF dati, dabitur & AC per canonem hypotenusarum. Quare cum in triangulo ADC rectangulo, duo latera AD, AC data sint, qualium datur AD quidem per argumentationem,



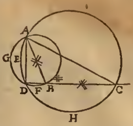
AB vero & BC ex hypothesi, talium dabitur & AC per 3 huius, ex nostra ratione. Denique cum angulus DAC detur per arcum DF, is aggregatus ad angulum BAD datum, totum BAC notum efficiet, tertiumque C. Datis igitur duobus trianguli &c.

Exemplū idem. Cum angulū ABC posuerimus 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. Reliquus ad rectum BAD erit 53 g̃. 7 m̃. 48 2̃. totidemque partium & arcus ED. Qualium ergo AD 1 sexag. 1̄, talium BD erit 1 sexa. 1̄. 20 g̃. ex canone adscriptarum, & AB 1 sexag. 1̄. 40 g̃. per canonem hypotenusarum. Cumque ratio AB ad AD sit vt 1 sexag. 1̄. 40 g̃. ad 1 sex. 1̄. Qualium AB est 20, talium AD erit 12. Est autem BC 21 eiusmodi partium ex hypothesi. Ergo qualium AD est 1 sexag. 1̄, talium BC erit 1 sexa. 1̄. 45 g̃. Cumque BD sit 1 sex. 1̄. 20 g̃. id genus partium, restabit DC 25 eiusdem generis partium. Quapropter arcus DF erit ex canone adscriptarū 22 g̃. 37 m̃. 12 2̃. Et AC eiusdem hypotenusa erit ex can. hypotenusarum 1 sex. 1̄. 5 g̃. qualium AD 1 sex. 1̄. Qualium ergo AD 12 (& AB 20, BC 21) talium AC erit 13. Cumque arcus DF sit 22 g̃. 37 m̃. 12 2̃. totidem erit partium & angulus DAC, qui additus ad BAD, constituet totum BAC 75 g̃. 45 m̃. Tertius ergo ACB angulus, erit 67 g̃. 22 m̃. 48. 2̃.

¶ Esto denique obtusus ABC angulus. Demissa igitur ex A in oppositum latus CB perpendicularis, cadet extra triangulum, in ipsum productum versus B, per 4 huius.

PTOLEMAICA METHODVS.

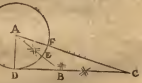
Triangulis ADC, ADB circunscribantur circuli. Ergo cum trianguli ABC detur angulus ABC, dabitur & eius consequens ABD. Trianguli igitur ABD rectanguli datis angulis & latere AB, dabuntur & latera quoque AD, BD talium partium per 2 huius, ex Ptolemaica ratione. Datur autem



autem & BC talium. Ergo tota DC dabitur talium. Quare cum trianguli ADE rectanguli duo latera AD, DC data sint, dabuntur reliqua per 3 huius, hoc est & latus AC, & anguli, ex Ptolemaica methodo. Quare tertius angulus BAC dabitur.

Sit AB 13. BC 11. Angulus ABC 112 g̅. 37 m̅. 12 2̅. Reliquus igitur ABD erit 67 g̅. 22 m̅. 48 2̅. qualium 4 recti sunt 360. Ergo qualium 2 recti sunt 360, talium angulus ABD erit 134 g̅. 45 m̅. 36 2̅. totidem & arcus AGD erit partium id genus, qualium peripheria circuli triangulum ADB circunscribentis est 360. Residua ergo DFB peripheria, erit reliquarum ad semicirculum partium 45 g̅. 14 m̅. 24 2̅. Ergo & rectæ quæ ipsis subtenduntur partium erunt, AD quidem 1 sexa. 1̅. 50 g̅. 46 m̅. 9 2̅. DB vero 46 g̅. 9 m̅. 16 2̅. Qualium vtique AB dimetiens 2 sex. 2̅. Ergo qualium AB 13, talium AD quidem 12. DB vero 5. Talium autem & BC 11. Ergo tota DC erit talium 16. Eius autem quadratum 256. Quadratum ab AD 144. Eorum summa 400, Nempè quadratum ab AC. Ergo AC 20, Qualium vtique AD 12. Qualium ergo AC vt diameter circuli triangulo ADC circunscripti est 2 sex. 2̅, talium AD erit 1 sex. 1̅. 12 g̅. & arcus AED ex can. chordarum vel sinuum, erit 73 g̅. 44 m̅. 24 2̅. Qualium circulus triangulo ADC circunscriptus est 360. totidèmque partium & angulus ACD, qualium vtique 2 recti sunt 360. Qualium ergo 4 recti sunt 360, talium angulus ACD erit 36 g̅. 52 m̅. 12. 2̅. Est autem & angulus ABC talium 112 g̅. 37 m̅. 12 2̅. Reliquus igitur BAC erit 30 g̅. 30 m̅. 36 2̅. talium. Breuius vestigabuntur omnia si AB & AC sumantur tanquam radij circulorum centris quidem B & C, interuallis autem BA, CA descriptorum. Quod & in reliquis quoque locum habet.

NOSTRA METHODVS.



Centro A & radio AD describo circulum DEF, secantem AB in E, & AC in F. Eritque arcus DE adscripta quidem DB, hypotenusa vero AB. Arcus autem DF, adscripta DC, hypotenusa AC. Iam dato ex hypothesi angulo ABC, dabitur & residuus ad duos rectos ABD. Quare cum trianguli ABD dati sint anguli latúsque AB ex hypothesi, dabitur & latus AD talium, per 1 huius, ex nostra ratione. Datur autem & BC talium ex hypothesi. Ergo & qualium AD, vt radius, est partium, talium dabitur & BC, per 19 lib. 7 elem. At & BD talium data est, (per angulum BAD datum). Tota igitur DC talium dabitur, & arcus DF, hoc est, angulus DAC ex canone adscriptarum. Per quem hypotenusa AC ex canone hypotenusarum dabitur. Cum itaque trianguli ADC rectanguli, dati sint anguli, latusque AD in iis partibus in quibus AB & BC datæ ex hypothesi fuerant, dabitur & in eisdem AC per 2 huius ex nostra ratione. Triangulum igitur ABC erit datorum angulorum & laterum. Quod faciendum fuit.

Exemplum. Cum angulus ABC sit 112 g̅. 37 m̅. 12 2̅. ABD erit 67 g̅. 22 m̅. 48 2̅. DAB 22 g̅. 37 m̅. 12 2̅. totidémque partium & arcus DE. Cuius adscripta DB erit 25 g̅ ex canone adscriptarũ. Hypotenusa vero AB 1 sex. 1̅. 5 g̅. ex canone hypotenusarum, id genus partium qualium AD, vt radius, est 1 sex. 1̅. Itaque ratio AB ad AD, erit vt 1 sex. 1̅. 5 g̅. ad 1 sex. 1̅. Ergo qualium AB est 13, taliũ AD erit 12. Est auté & BC talium 11. AD igitur est ad BC, vt 12 ad 11. Ergo qualium AD est 1 sex. 1̅. talium BC erit 55 g̅. Talium autem est DB 25 g̅. Tota igitur DBC erit 1 sex. 1̅. 20 g̅. Arcus igitur DF ex canone adscriptarum erit 53 g̅. 7 m̅. 48 2̅. Et eius hypotenusa AC ex canone hypotenusarum 1 sex. 1̅. 40 g̅. Est autem & AD talium 1 sex. 1̅. Ergo qualium AD 12 (AB 13, BC 11) talium AC erit 20. Quoniam autem arcus DF inuentus est 53 g̅. 7 m̅. 48 2̅. totidem erit partium & angulus DAC. Inde igitur subducto DAB 22 g̅. 37 m̅. 12 2̅. restabit BAC 30 g̅. 30 m̅. 36 2̅. Et C 36 g̅. 52 m̅. 12 2̅.

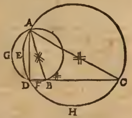
Quod si non duo trianguli dentur latera, sed eorum tantum ratio, tamen & anguli dabuntur, & laterum rationes.

PROPOS. VI.

Datis duobus trianguli lateribus, & angulo non ab iis comprehenſo,eoque obtuſo: vel ſi acuto,data inſuper tertij anguli ſpecie, reliqua inuenire.

TRianguli igitur ABC dentur duo latera AB, AC. & angulus ABC non ab iis comprehenſus: Qui primo ſit obtuſus, ex his datis reliqua inuenienda ſunt. Ex A communi termino datorum laterum in latus BC demittatur perpendicularis AD. Ea igitur cadet extra triangulum in ipſum latus BC productum per 4 huius.

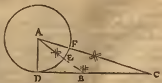
PTOLEMAICA METHODVS.



Triangulis ADB, ADC circunſcribantur circuli. Ergo quoniam angulus ABC datus eſt, dabitur & reliquus ad duos rectos ABD. Quare cum trianguli ABD dati ſint anguli vna cum AB latere, dabuntur in eiſdem partibus AD,DB per 2 huius, ex Ptolemaica methodo. Datur autem talium & recta quoque AC. Trianguli igitur ADC rectanguli duobus lateribus AD, AC datis, dabuntur reliqua, hoc eſt & angulus C, & latus DC per 3 huius, ex Ptolemaica methodo. At talium datur recta DB, reſidua igitur BC dabitur talium. Triangulum igitur ABC erit notorum laterum & angulorum. Quod faciendum fuit.

Exemplum. Sit AB 5. AC 10. Angulus ABC 120. Reliquus igitur ABD erit 60. Qualium vtique 4 recti ſunt 360. Ergo qualium 2 recti ſunt 360, talium angulus ABD erit 120, totidemque partium & arcus AGD. Reſiduus ergo DFB 60. Qualium vtique peripheria circuli AGDB triangulum ADB circunſcribentis eſt 360. Ergo & ipſorum ſubtenſæ erunt, AD quidem 103 g̃. 55 m̃. 23 2̃. DB vero 60. Qualium nimirum AB 2 ſexag. 2̃. Qualium igitur AB 5. AC vero 10. Talium AD quidem erit 4 g̃. 19 m̃. 48 2̃. DB vero 2 g̃. 30 m̃. Et quia qualium AC eſt 10, talium AD eſt 4 g̃. 19 m̃. 48 2̃. Qualium AC, vt diameter circuli triangulum ADC circunſcribentis eſt 2 ſexag. 2̃. talium AD erit 51 g̃. 57 m̃. 36 2̃. Et arcus AED ex canone ſinuum vel chordarum, erit 51 g̃. 19 m̃. Reliquus DHC 128 g̃. 41 m̃. qualium circuli AEDHC triangulum ADC circunſcribentis peripheria eſt 360. Angulus igitur ACD, talium erit 51 g̃. 19 m̃. qualium 2 recti ſunt 360 partium. Qualium igitur 4 recti ſunt 360 partium, talium angulus ACD erit 25 g̃. 39 m̃. 30 2̃. At talium ABC angulus eſt 120. Reliquus igitur BAC erit 34 g̃. 20 m̃. 30 2̃. eiuſdem generis partium. Et quoniam arcus DHC eſt 128 g̃. 41 m̃. Eius chorda DC erit ex can. ſinuum vel chordarum 108 g̃. 10 m̃. 2 2̃. Qualium AC diameter 2 ſexag. 2̃. Qualium igitur AC 10, talium DC erit 9 g̃. 1 m̃. Eſt autem DB talium 2 g̃. 30 m̃. Reſtat ergo BC talium 6 g̃. 31 m̃.

NOSTRA METHODVS.



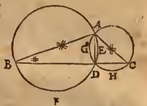
Centro A & radio AD deſcribatur circulus DEF. Quoniam ergo datus eſt angulus ABC, dabitur & reſiduus duorum rectorum ABD, tertiúſque DAB, hoc eſt arcus DE. Cum igitur in triangulo ADB rectangulo, dati ſint anguli latuſque AB, Qualium datur AB ex hypotheſi, talium dabitur & AD, per 2 huius, ex noſtra methodo. Eſt autem & AC quoque data talium. Trianguli igitur ADC rectanguli duobus lateribus AD, AC datis angulus DAC dabitur per 3 huius, ex noſtra ratione. Quamobrem & arcus DF, rectáque DC ex canone adſcriptarum. At talium data pridem fuit DF. adſcripta arcus DE dati. Dabitur ergo & reliqua BC talium. Itaque ratio AD ad BC data erit. Qualium igitur AD per argumentationem fuit cognita (AB autem & AC ex hypotheſi datæ fuerant) talium dabitur BC. Iam ex angulo DAC per argumentationem dato, ſubducto DAB datus, reliquum faciet BAC datum, tertiúmque C. Quod faciendum fuit.

Exem-

Exemplum. Cum angulus ABC positus sit partium 120, restabit ABD 60, & DAB 30. arcusque DF. Qualiũ ergo AD 1 sex. ī, talium DB erit ex canone adscriptarũ 34 ḡ, 38 m̄, 27 2̄. & AB ex canone hypotenusarũ 1 sex. ī. 9 ḡ. 16 m̄. 54 2̄. Cũque ratio AB ad AD, sit vt 1 sex. ī. 9 ḡ. 16 m̄. 54 2̄. ad 1 sexa. ī. Qualium AB est 5, talium AD erit 4 ḡ. 19 m̄. 48 2̄. Est autem & AC talium 10. Ergo qualium AD 1 sexa. ī, talium AC erit 2 sexag. ī. 18 ḡ. 34 m̄. 5 2̄. Et per canonẽ hypotenusarum arcus DF, angulusue DAF 64 ḡ. 20 m̄. 30 2̄. DC ex canone adscriptarũ 2 sex. ī. 4 ḡ. 54 m̄. 10 2̄. Est autem DB 34 ḡ. 38 m̄. 27 2̄. eiusdem generis partium, Restat ergo BC 1 sex. ī. 30 ḡ. 15 m̄. 43 2̄. Qualium AD est 1 sex ī. Qualium ergo AD 4 ḡ. 19 m̄. 48 2̄. & AB 5, AC vero 10, talium BC erit 6 ḡ. 30 m̄. 45 2̄. Anguli autem dabuntur, vt sæpius supra demonstrauimus.

¶ Deinceps esto acutus B angulus, cognitumque obtususne sit an acutus tertius C angulus. Hoc enim necesse est dari ad reliqua cognoscenda, vt & ante monuimus, & paulo post demonstrabimus. Sit igitur primo acutus. Ergo perpendicularis ab A communi termino datorum laterum cadet intra triangulum, vt in se quente diagrapha, per 4 huius: Quæ sit AD

PTOLEMAICA METHODVS.

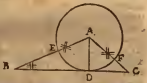


Triangulis ADB, ADC circumscribantur circuli. Cum igitur trianguli ABD, angulus B datus sit latusque AB, dabuntur & reliqua AD, DB latera in iisdem partibus, per 2 huius ex Ptolemaica methodo. Rursusque cum trianguli ADC duo latera AD AC in iisdem partibus data sint, dabitur & tertium latu, s DC in iisdem partibus, angulusque C per 3 huius ex Ptolemaica methodo. Datus autem est B angulus, tertius ergo BAC dabitur. Duo autem latera BD, DC data, totum BC latus datũ præstabunt. Quod f. fuit.

Exẽplum, sit AB 20. AC 13. Angulus B 36 ḡ. 52 m̄. 12 2̄ qualium vtique 4 recti sunt 360. Ergo qualium 2 recti sunt 360 partium, talium angulus ABC erit 73 ḡ. 44 m̄. 24 2̄. Totidemque partium & arcus AED qualium circulus triangulo ABD circumscriptus est 360. Residuus ergo BFD 106 ḡ. 15 m̄. 36 2̄. talium. Ergo & rectarum AD, DB: AD quidem erit 72. DB vero 96. Qualium AB vt diameter circuli est 2 sex. ī. Qualiũ ergo AB 20, talium AD 12, BD 16. Et quoniam qualium AC ex hypothesi est 13, talium AD 12: Qualium ergo AC vt diameter circuli triangulo ADC circumscripti est 2 sex. ī, talium AD erit 1 sex. ī. 50 ḡ. 46 m̄. 9 2̄. eiusque arcus AGD 134 ḡ. 45 m̄. 36 2̄. Residuus autem ad semicirculum DHC erit 55 ḡ 14 m̄. 24 2̄. Chorda autem DC 46 ḡ. 9 m̄. 16 2̄, qualium AC diameter 2 sex. ī. Ergo qualium AC 13. AB 20, talium DC erit 5. fuit autem & BD talium 16, Tota igitur BC, talium erit 21. cumque arcus AGD sit 134 ḡ. 45 m̄. 36 2̄. totidem erit partium & angulus ACD. qualium 2 recti 360. Ergo qualium 4 recti 360, talium angulus ACD erit 67 ḡ 22 m̄. 48 2̄. tertius igitur BAC, erit 75 ḡ. 45 m̄. talium. Quod inueniendũm fuit.

NOSTRA METHODVS.

Centro A & radio AD describo circulum EDF. Quia igitur datus est B angulus, dabitur & BAD, hoc est arcus ED. Cumque trianguli ABD dati sint anguli latusque AB, dabitur & latus AD talium per 2 huius, ex nostra ratione. Talium porro latus quoque AC datum est. Quare cum in triangulo ADC, latera AD, AC data sint, dabitur angulus DAC, per 3 huius ex nostra ratione. Et DC, per canonẽ adscriptarum. At in iisdem partibus iam ante BD innotuit. Tota igitur BC in iisdem partibus cognoscetur, nimirum qualium AD est 1 sexa. ī. Qualium igitur partiũ AD ex argumentatione innotuit (AB autem & AC ex hypothesi datæ fuerant) talium dabitur BC. At angulus CAD per argumentationem datus, dato itidem BAD additus, constituet totum BAC datum. Quare tertius C dabitur.



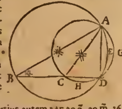
Exemplum. Cum angulus B sit positus 36 ḡ. 52 m̄. 12 2̄. Angulus BAD erit 53 ḡ. 7 m̄. 48 2̄. totidemque partium & arcus ED. Qualium igitur AD est 1 sex. ī, talium BD erit 1 sexag. ī. 20 ḡ. ex canone adscriptarum. AB ex canone hypotenusarum 1 sexag. ī. 40 ḡ. Qualium ergo AB 20, talium AD erit 12. Est autem & AC talium 13. Ergo qualium AD

1 sex. ī, talium AC 1 sex ī. 5 g̃. Quare angulus CAD, per canonem hypotenusarum erit 22 g̃. 37 m̃. 12 2̄. totidemque partium & arcus DF. Recta autem DC ex canone adscriptarum 25 talium, qualium AD 1 sex. ī. Quibus ad BD additis, scil. ad 1 sex. ī. 20 g̃. fit tota BC 1 sex. ī. 45 g̃. qualium vtique AD est 1 sex. ī. Ergo qualium AD 12, (AB autem 20, AC 13) talium BC erit 21. Cumque angulus CAD sit 22 g̃. 37 m̃. 12 2̄ BAD autem 53 g̃. 7 m̃. 48 2̄. Totus BAC erit 75 g̃. 45 m̃. C 67 g̃ 22 m̃. 48 2̄

¶ Secundo angulus C sit obtusus. Perpendicularis igitur AD cadet extra triangulum per 4 huius.

PTOLEMAICA METHODVS.

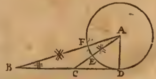
Triangulis ABD ACD circunscribantur circuli. Cum igiur trianguli ABD rectanguli, angulus B latusque AB data sint, dabuntur & AD, DB talium per 2 huius, ex Ptolemaica methodo. At & talium datur AC latus alterum trigoni ACD. Ergo per 3 huius, tertium quoque latus CD, & angulus ACD, residuusque è duobus rectis ACB dabitur. Vnde & tertius BAC. Subducta autem CD data ex BD data, restabit BC data talium.



Exemplum. Maneat hypothesis secũdæ πτώσεως, in qua AB est 20. AC 13. Angulus B 36 g̃. 52 m̃. 12 2̄. talium igitur vt ante inuenientur AD quidem 12. BD vero 16 & CD 5. Quare residua BC 11 talium. Angulus autem ACD 67 g̃. 22 m̃ 48 2̄ Quare reliquus ad duos rectos ACB, erit 112 g̃. 37 m̃ 12 2̄. Tertius autem BAC 30 g̃ 30 m̃. 36 2̄

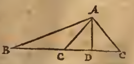
NOSTRA METHODVS.

Centro A & radio AD, describatur circulus DEF. In triangulo igitur ABD rectangulo, dato B angulo, dabitur & reliquus BAD arcusque FD. Sed & latus AB datum est ex hypothesi, ergo & AD dabitur taliũ per 2 huius. Talium porro latus quoque AC ex hypothesi datum est. Trianguli igitur ACD rectanguli duobus lateribus AC, AD datis, dabitur angulus CAD per 3 huius, arcusque ED. Eiusque adscripta DC ex canone adscriptarum: ea autem detracta ex BD iam data talium (quia arcus FD datur) restabit BC in iisdem data partibus, in quibus vtique radius AD. Qualium igitur AD datur per argumentationem partium, AC autem & AB ex hypothesi, talium dabitur BC. Angulo autem CAD dato, detracto ex BAD dato, reliquus fiet BAC datus, vnde & tertius ACB dabitur.



Exemplum. reliqua vt prius inuenientur, nisi quod cum BD talium inueniatur 1 sexa. ī. 20 g̃, & CD 25 g̃, qualium AD est 1 sex. ī. deductis 25 ex 1 sex. ī, 20 g̃, restabit BC 55 taliũ. Ergo qualium AD 12, talium BC 11. Cumque angulus CAD sit 22 g̃. 37 m̃. 12 2̄. BAD autem 53 g̃. 7 m̃. 48 2̄. restabit BAC 30 g̃. 30 m̃. 36 2̄. ACB 112 g̃. 37 m̃. 12 2̄.

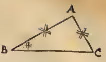
Ex ante demonstratis facile est intelligere, quamobrem si angulus B datus sit acutus, necesse sit dari insuper tertii anguli C speciem, Hoc est, obtusus ne sit an acutus. (Nam de triangulis rectangulis supra satis diximus) Angulo siquidem ACB acuto posito, alia tamen est tertii lateris BC, & reliquorum duorum angulorum BCA, BAC magnitudo, ac obtuso. quauis duo latera AB, AC, angulusque B maneant vtrobique eadem. Nam dum angulus ACB est acutus, latus BC maius est quàm dum idem angulus est obtusus, duplo rectæ DC & angulus BAC maior, quàm dum idem angulus est obtusus duplo anguli CAD. Angulus vero ACB tanto minor quantum est duplum complementi eius. Demonstrauimus enim angulo C acuto posito, latus BC esse 21. DC 5. At eodem obtuso existente, BC est 11, duplo 5, id est denario minor quam 21. Item angulo C acuto existente, angulus quidem BAC est 75 g̃. 45 m̃. ACB 67 g̃. 22 m̃. 48 2̄. obtuso autem posito BAC est 30 g̃. 30 m̃. 36 2̄. ACB 112 g̃. 37 m̃. 12 2̄. Quæ omnia ex proposito diagrammate licet intelligere.



ALITER.

ALITER.

Esto vt prius triangulum ABC, cuius dara AB, AC latera, angulusque ABC. & species tertij anguli C. Erit igitur ex prima huius, vt AC latus datum ad sinum anguli B dari, sic B datum & ipsum quoque, ad sinum anguli C. Dabirur ergo sinus anguli C. Qui, cum idem sit duorum arcuum quadrantem absoluentium sinus, erit sinus arcus quadranre quidem minoris, si angulus ACB sit acutus, vel ex hyporhesi, vel quia datus ABC sir obtusus. Maioris autem, si obtusus. Quare ex canone sinuum cognoscetur angulus C, tertiusque A. Rursus vt sinus anguli B dati ad latus AC datum, sic sinus anguli A dati ad BC, ex I huius. Cognoscetur ergo BC in iisdem partibus, in quibus AB, AC datæ sunt.



COMPENDIVM.

Vr AC est ad sinum anguli B, sic fiat monas ad numerum quempiam. Vtque monas ad eum numerum, sic esto AB data ad quartum quempiam. Erir igirur quartus ille ex I huius, sinus anguli C. Per quem angulus C cognoscerur, tertiusque A. Rursus quoniam vt AC ad sinum anguli B, sic monas ad eum numerum, Er conuersim. Vt sinus anguli B ad AC, sic numerus ille ad I. Ar & sic quoque sinus anguli A per argumentationem dati ad BC. Tribus igitur redatis, quarrum dabitur, nimirum BC.

Exemplum. Esto AB 20, AC 13, angulus B 36 g̃. 52 m̃. 12 2̃. & angulus C acutus. Sinus anguli B est 36. Vt ergo AC 13 ad 36, sic 1 erir ad 2 g̃ 46 m̃. 9 2̃. Vrque 1 ad 2 g̃. 46 m̃. 9 2̃. Ira AB 20 est ad 55 g̃. 25 m̃. sinum anguli C. Quare angulus C ex can. sinuum est 67 g̃. 22 m̃. 48 2̃. Tertius ergo A 75 g̃. 45 m̃. Cuius sinus 58 g̃. 9 m̃. 14 2̃. Et quia AC est ad sinum anguli B, vt 1 g̃. ad 2 g̃. 46 m̃. 9 2̃. Conuersimque sinus anguli B erit ad AC, vt 2 g̃. 46 m̃. 9 2̃. ad 1 g̃. Ar & sic sinus anguli A 58 g̃. 9 1̃. 14 2̃. ad BC. Quare BC erit 21. Hanc exequendi problematis rationem ad liquas πτώσεις facile accommodaueris.

Ne illud quidem nos fugiat, Si non trianguli dentur latera, sed eorum solummodo ratio, datum iri tamen angulos, laterumque omnium rationes.

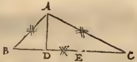
PROPOS. VII.

Datis omnibus trianguli lateribus, angulos inuenire.

Ad huius explicationem problematis assumendum nobis eiusmodi lemma est.

Lemma. Si in longissimum latus trianguli inæquilateri perpendicularis ab opposito angulo demittatur. Quadratum maioris laterum dictum angulum ambientium, plus potest quadrato minoris, rectangulo quod à basi & differentia segmentorum continetur.

Esto triangulum ABC scalenum, cuius larus AC sir maius latere AB. Maximum autem sir BC, in quod ab angulo A oppositro ducarur perpendicularis AD. Quæ cadet intra rriangulum, per 4 huius. Quia cum latus BC sit maximum, Maximus erit & angulus BAC. per 18 lib. I elem. Ideóque duo anguli B & C acuti. Segmentum vero DC maius erit segmento DB. Nam cum AC sit ex hypothesi

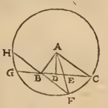


maior quàm AB. Erit & quadratum ex AC maius quadrato ex AB. Hoc est duo ex AD & DC quadrara, maiora duobus ex AD, DB. subductóque quadrato ex AD communi, restabir quadratum ex DC maius quadrato ex DB, & ideo DC maior quàm DB. Resecerur ergo ex ipsa, rectæ BD æqualis DE. Residua EC erit differentia segmentorum BD, DC. Aio igitur quadratum ex AC plus posse quadraro ex AB, rectangulo comprehenso à rectis BCE. Cum nanque rectæ BE bifariam diuisæ in D, addira sir in conrinuum BC, rectangulum ex BCE, cum quadrato ab ED, vel BD, æquale erit quadrato rectæ DC. Er adiecto vtrisque quadrato rectæ AD, rectangulum ex BCE, cum quadratis rectarum AD, DB, hoc est cum quadraro ex AB, æquabitur quadratis rectarum AD, DC, id est quadraro rectæ AC. Quamobrem quadratum ab AC, plus porest quàm quadratum ex AB, rectangulo ex BCE. Quod demonstrandum fuit.

ALITER.

Quoniam quadrato ex AC æqualia sunt quadrata ex AD, DC. Quadrato autem ex AB, duo quadrata ex AD, DB. Qui excessus est quadrati rectæ AC supra quadratum rectæ AB, idem erit & quadratotũ ex AD, DC, supra quadrata ex AD, DB. Subductoque communi quadrato rectæ AD, restabit quadrati ex DC supra quadratum ex DB, id est ex DE, excessus idem atque quadrati ex AC supra quadratum ex AB. Et quia per 6 lib. 3 elem. quadratum ex DC æquale est rectãgulo comprehenso à rectis BCE, & quadrato rectæ DE, excessus quadrati ex DC supra quadratum ex DE, id est ex DB. erit rectangulum comprehensum à rectis BCE. At idem & quadrati quoque ex AC supra quadratum ex AB excessus est. Quadrati igitur ex AC supra quadratum ex AB excessus, est rectangulum quod à rectis BCE continetur. Quod d. fuit.

ALITER.

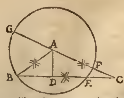


In eodem triangulo, centro A & interuallo AC, longioris duorum breuiorum laterum, describatur circulus CFGH. Rectæque AB ad punctum B perpendicularis excitetur HBF, occurrens peripheriæ in punctis H & F. connexa AF recta, & producta CB donec circunferentiam secet in puncto G. Recta igitur GC bifariam secabitur in D, per 3 lib. 3 elem. Quare rectæ GD, DC erunt æquales. Rectæ DB statuatur ęqualis DE. Residua igitur GB, residuæ EC erit æqualis. Ipsaque EC erit differentia segmentorum DC, DB. Quandoquidem DE ęqualis fuit posita rectæ DB. Aio igitur quadratum ex AC excedere quadratum ex AB, rectangulo comprehenso à rectis BCE. Nam quia angulus ABF rectus est, quadratũ rectę AF, id est rectæ AC, æquabitur quadratis tectarum AB, BF. Quadratum igitur ex AC, ex cedet quadratum ex AB, quadrato ex BF, id est (quia rectæ HB, BF, sunt per 3 lib. 3 elem. æquales) rectangulo cõprehenso à rectis HBF. Et per 35 lib. 3 elem. rectangulo ex GBC, id est, (Quoniã GB æqualis est CE) rectangulo comprehenso à BCE. Quod demonstrandum fuit. Vtitur hoc lemmate Ptolemæus lib. 6 μεγ. συντάξεως, idque à Theone aliter demonstratur.

His ita demonstratis, dentur tria propositi trianguli latera AB, AC, BC. Ex iis inueniẽdi sunt anguli. Datis igitur AB, AC lateribus, dantur & eorum quadrata, & quadratorum excessus, hoc est rectangulum ex BCE, ex antecedenti lemmate. Cumque detur BC, dabitur & CE. Sublata autem EC, ex tota BC data, relinquitur EB data, ipsiusque semissis BD. Eadem BD, hoc est DE, addita ad EC datam, conflabit totam DC datam. Cum igitur trianguli ABD bina AB & BD latera data sint, dabuntur anguli B & BAD, per 3 huius. Eadem ratione, cum trianguli ACD bina AC & CD latera data sint, dabuntur anguli C & CAD per eandem 3 huius. Quare tertius BAC dabitur. Quod propositum fuit inuenire.

Exemplum. Sit AB 13. AC 20. BC 21. Quadratum rectæ AB est 169. Quadratum ab AC est 400. Vnde subductis 169, restant 231 rectangulum ex BCE. Quod in BC 21 diuisum, quotum suggerit 11, nempe CE, Restat ergo BE 10. Quare BD 5. DC 16. Cum ergo ratio AB ad BD sit vt 13 ad 5. Qualium AB est 1 sex. ĩ. talium BD erit 23 g̃. 4 m̃. 37 ĩ. angulus igitur BAD. 22 g̃. 37 m̃. 12 ĩ. ex canone sinuum, & angulus ABD, 67 g̃. 22 m̃. 48 ĩ. Item quoniam AC est ad CD vt 20 ad 16. Qualium AC est 1 sexag. ĩ, talium CD erit 48 g̃. Angulus ergo DAC ex canone sinuum erit 53 g̃. 7 m̃. 48 ĩ. Est autẽ BAD 22 g̃. 37 m̃. 12 ĩ. Totꝰ ergo BAC 75 g̃. 45 m̃. & angulus C 36 g̃. 52 m̃. 12 ĩ.

ALITER SEPTIMAM EXEQVI.



Centro A communi termino duorum minorum laterum & interuallo minimi AB, describatur circulus GBEF. qui quoniam descriptus est interuallo minimi AB, secabit duo reliquę AC, BC. secet ergo AC in F. BC in E. Producatur quoque CA vsque ad concauam circuli circunferentiam in G. Cum ergo rectæ BA, AC, id est GA, AC, datæ sint ex hypothesi, dabitur tota GC, & CF excessus rectarum AC, AF. id est AC, AB. Datum igitur erit rectangulũ ex GCF. cui æquale per consectarium 37 lib. 3 elem. rectangulum à rectis BCE. Ergo & ipsum quoque datum. Data autem BC, ergo dabitur CE. & proinde residua EB. semissisque ipsius BD, DE. Rectę igitur BD, DC erunt datæ in iis partibus in quibus AB, AC. Cum itaque

que trianguli, ABD duo latera AB, BO data sint, dabuntur & anguli B & BAD, per 3 huius. Eadẽque ratione cum trianguli ACD duo latera AC, CD data sint, dantur anguli C & CAD per 3 huius. Duobus autem BAD, OAC datis simul additis, existit totus BAC datus.

Exemplum. Iisdem positis quia AB, hoc est GA est 13. AC 20. tota GC erit 33. Deducta autem AB, vel AF 13, ex AC 20, restat FC 7. Erit igitur rectangulum ex GCF 231. Paritérque rectangulum ex BCE. Quo diuiso in BC 21, quotus CE existit 11. Est autem tota BC 21. Relinquitur ergo BE 10. Quare BD 5. OC 16. Cumque ratio AB ad BD, sit vt 13 ad 5, Qualium AB 1 sex. ĩ. talium BD erit 23 g̃. 4 m̃. 37 z̃. & aogulus BAO ex can. sinuũ 22. g̃. 37 m̃. 12 z̃. ABO 67 g̃. 22 m̃. 48 z̃. Haud aliter quia AC est ad CO vt 20 ad 16. Qualium AC 1 sex. ĩ. talium CD erit 48. Angulusque DAC ex can. sinuum 53 g̃. 7 m̃. 48 z̃. Totus ergo BAC 75 g̃. 45 m̃. C 36 g̃. 52 m̃. 12 z̃.

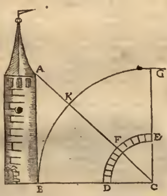
ALITER IDEM PRÆSTARE.

Proposito eodem triangulo, centro A & interuallo AC, maioris duorum minorum laterum, describo circulum BGCF, rectamque CB continuo vsque ad E. Rectam quoque AB cootinuo vtrinque vsque ad G & F puncta: Vt sit tota GBAF. Cum igitur trianguli latera BA, AC data sint dabitur tota BF. Est autem & AG data (quippe æqualis AC datæ) data quoque AB. Ergo & residua BG. Proindéque rectangulum ex GBF. Hoc est EBC. Cumque BC data sit, dabirur BE, totáque EC. & eius dimidia OC. Qua sublata ex tora BC data, restat BO data. Reliqua vt supra, per 3 huius persequemur. Cum oanque data sit ratio AB ad BD, qualium AB, vt radius, est 1 sex. ĩ, talium dabirur BO, & per canoõe sinuum angulus BAO. tertiusque ABD. Haud secus cùm ratio AC ad CO data sit, qualium AC, vt radius, est 1 sex. ĩ, talium dabitur CD. & per canem sinuum angulus DAC, tertiusque C. Ideoque & totus BAC, Quod faciendum fuit.

Si vero non trianguli dentur latera, sed eorum tantum rationes, dabuntur tamen eodem pacto anguli. Nam laterum rationes in eisdem dabuntur numeris, quos lateribus trianguli assignabimus, & ex iis iuxta priores ratiooes angulos inueniemus.

APPENDIX.

Non ingratum fore lectori sperauimus, si ὀλῦ πάρεργον, geodæticam πραγματείαν ex fontibus doctrinæ planorum triquetrorum deriuatam, hic inseremus. Etenim ex secunda propositione huius, corporum altitudines, profunditares & longitudines venari licet. Esto enim exploranda altitudo tutris AB. Quadrantem circuli DFE in 90 partes diuido, & rursus earum quanque in scrupula 60. Centroque ipsius C volubilem dioptram affigo. Eius ita concinnati latus CD norinale datæ altitudini AB in puncto B statuo. Productum igitur donec concurrat cum AB, faciet angulum ABC rectum. Deinde posito ad C oculo, voluo dioptram circa cẽtrum C, donec per opposita foramina fastigiũ propositæ altitudinis conspiciam, radio CFA secante quadrãtem DFE in F. & quadrantem BKG centro eodem & interuallo CB descriptum, in puncto K. Quoniam igitur datus est arcus OF, dabitur & ei similis BK, eiusque adscripta AB, earum partium, quarum radiꝰ CB est 1 sex. ĩ. Quarum ergo partium CB, distantia à mensore ad propositam altitudinem datur, earundem & altitudo quoque AB dabitur:



Sit DF, hoc est arcus BK 60. 30 m̃. interuallum BC 50 passuum adscripta AB erit 1 sex. ĩ. 46 g̃. 3 m̃. qualium CB 1 sex. ĩ. ergo qualium CB interuallum 50 est passuum, exempli gratia talium altitudo AB erit 1 sex. ĩ. 28 g̃. 23 m̃. 30 z̃. passuum. Quod inueniendum fuit.

Finis lib. 3 Metrices Astronomicæ.

COROLLARIVM. 2.

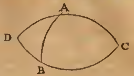
Inde etiam planũ fit, si arcus inter circulos se secantes & angulũ continentes cõprehensus, fuerit quadrans descripti circuli, angulũ rectũ esse.

Est enim vt quadrans ad totam peripheriam, sic angulus ad 4 rectos, Cumque quadrans sit totius peripheriæ quarta pars, erit & angulus quarta pars 4 rectorum, id est rectus.

PROPOSITIO II.

Si duo maximi circuli se secuerint, duo sectionis anguli interni & oppositi æquales erunt.

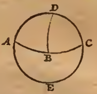
Secet enim circulus DAC circulũ DBC in pũctis D & C. Aio duos angulos D & C internos & oppositos æquales esse. Polo nanque D & interuallo quadrãtis, describatur arc⁹ maximi circuli BA, is igitur erit & polo quoque C descriptus, & amplitudo vtriusque angulorũ D & C. Anguli igitur D & C æquales erũt.



PROPOSITIO III.

Si arcus maximi circuli supra arcum maximi steterit, anguli ab eadem parte duobus rectis æquales erunt.

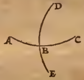
Arcus nanque DB stet supra arcum ABC. Aio duos ab eadem parte angulos ABD, DBC duobus rectis æquales esse. Polo nanque B & interuallo quadrantis descripto circulo ADCE. arcus ADC erit semicirculus. Vt autem arcus ADC ad totam peripheriam, sic duo anguli ABD, DBC ad 4 rectos. Ergo & duo quoque anguli ABD, DBC erunt dimidiũ 4 rectorum, id est duobus rectis æquales.



PROPOSITIO IIII.

Si circulus circulum secet, anguli ad verticem æquales erunt.

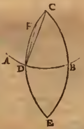
Circulus enim ABC circulum DBE secet in B. Aio angulos ad verticem ABD, CBE sibi esse ad inuicem æquales. Nam ex anteced. propos. duo anguli ABD, DBC duobus rectis sunt æquales, itemque duo ADB, CBE. Duo igitur anguli ABD, DBC duobus DBC, CBE æquales erunt. Et subducto communi angulo DBC, restabit angulus ABD, æqualis angulo CBE. quod d. erat.



PROPOSITIO V.

Si ad maximũ in sphæra circulum, ab ipsius polo arcus maximi circuli deducatur, deductus quadrans erit & perpendicularis ad alterũ. Vicissimque si ad maximũ circulum quadrans maximi circuli perpendicularis excitetur, reliquus quadrantis terminus, erit polus alterius circuli.

Esto maximus in sphæra circulus ABD, eiusque polus C, à quo ad ipsum ducatur arcus maximi circuli CD, aio CD quadrantem esse, & rectos CDA, CDB angulos. Ducatur nanque recta CD. Cum ergo punctum C sit polus circuli ADB, recta CD ab ipsius polo erit æqualis lateri quadrati maximo circulo inscripti per 16 lib. 1 sphæric. Cũque latus eiusmodi subtẽdat quartã circũferentiæ partem, CD erit quadrans. Eodem modo, polo D & interuallo DC descripto arcu maximi circuli CB, patebit arcum CB quadrantem esse. Cumque duobus circulis CD, DB se in D secantibus, arcus maximi circuli polo D intersectionis descripti, inter eos cõprehensus, nimirũ CB, sit quadrans sui circuli, rectus erit CDB angulus, & reliquus quoque CDA, per 2 corol. huius. ALITER.



Polo D & interuallo DC describatur semicirculus CBE, qui cum concurrat arcus CD productus vsque ad E. semicirculus igitur erit & arcus quoque CDE, per 11 lib. 1 sphæric.. Cumque duo circuli CDE, CBE, circulũ ADB secent per polos, secabũt ad rectos per 15 lib. 1 sphæric. & ab eo viciſſim secabũtur ad rectos, ergo & per polos per 13 lib. 1 sphæric. Cũ igitur duo circuli CDE, CBE secent se inuicem, per que eorum polos descriptus sit maximus circulus BDA, secabit eorum segmenta bifariam, per 9 lib. 2 sphæric. Arcus igitur CB æqualis erit arcui BE, & arcus CD arcui DE. Cumque semicirculi sint CBE, CDE, quadrantes erunt CB, CD & angulus CDB rectus (arcus enim CB polo D descriptus, ac inter arcus CD, DB comprehensus, est quadrans sui circuli).

¶ Nunc autem arcus CD esto quadrans sui circuli, & ad circulum ADB perpendicularis. Aio punctum C polum esse circuli ADB. Cum nanque arcus CD sit perpendicularis ad circulum ADB, productus quantum satis est transibit per ipsius polos, erit que polus circuli ADB, vel in arcu DC, vel extra, in eodem producto. Sit in arcu CD si fieri potest in puncto F. Et ex F in D ducatur recta FD. Erit igitur FD latus quadrati maximo circulo inscripti per 16 lib. I. sphæric. sed & CD quoque, cum CGD sit maximi circuli quadrans. Recta igitur FD rectæ CD æqualis erit, minor maiori, quod fieri nequit. Eodem modo demonstrabimus polum circuli ADB, non esse vltra C, in arcu DC continuato. Punctum ergo C, polus est circuli ADB quod d. erat.

PROPOSITIO VI.

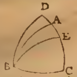
Si duo maximi circuli maximum quempiam circulum ad rectos secent, concursus ipsorum erit polus illius circuli.

Duo namque maximi circuli CDF, CBE circulum ADE ad rectos secent, vt in superiori diagrammate. Aio punctum concursus ipsorum C, esse polum circuli ADB. Quia nanque circuli CDF. CBE circulum ADB secant ad rectos, secabunt & per polos. Polus igitur circuli ADB in vtroque ipsorum erit, quibus cum vnicum modo punctum concursus, nempe C, sit commune, idem erit polus circuli ADB. quod d. erat.

PROPOSITIO VII.

In triangulo rectangulo, si latus rectum ambiens angulum fuerit quadrans circuli, angulus ei oppositus, rectus erit & si quadrante maius, obtusus: si minus, acutus. & contra.

Esto triangulum ABC cuius rectus ad C angulus, latera rectum angulum ambientia AC, CB. Aio si arcus AC fuerit quadrans circuli, rectum fore ABC angulum. Si maior, obtusum. si minor, acutum. vicissimque si angulus ABC rectus fuerit, arcum AC quadrantem esse. Si obtusus, maiorē quadrante. si acutus, minorē. Sit primo AC, quadrās & quia rectus est ad C, punctū A erit polus circuli BC per 5 huius. A quo cum ductus sit arcus circuli magni AB, is erit perpendicularis ad circulum BC per eandem Ergo angulus ABC rectus. Sit deinde AC quadrāte maior, & fiat quadrans EC, ducto arcu EB. Erit igitur vt ante angulus EBC rectus, obtusus ergo ABC. Denique sit AC quadrante minor, & fiat quadrans DC, ducto arcu DB. Erit igitur angulus DBC rectus, quare ABC recto minor. Atque vt ad secundam propositionis partem veniamus, sit angulus ABC rectus. Et quia duo maximi circuli AB, AC, circulum BC ad rectos secant, punctum concursus ipsorum A, erit polus circuli BC, per 6 huius. Vnde eductus arcus maximi circuli AC, quadrans est per 5. Esto iam angulus ABC obtusus, & ad punctum B fiat rectus EBC. Erit igitur vt antea, E polus circuli BC, & EC quadrans. Quare arcus AC quadrante maior. Ad extremum acutus esto ABC angulus, fiatque rectus DBC, quadrans igitur erit DC & AC quadrante minor. quod d. fuit.



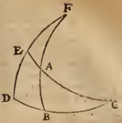
PROPOSITIO VIII.

Si trianguli rectanguli vnum ex lateribus rectum angulum ambientibus fuerit quadrans circuli, erit & basis quoque quadrans. Et si ambo rectum angulum ambientia fuerint, vel quadrante maiora, vel quadrante minora, basis erit quadrante minor. Si vero vnum ipsorum sit quadrante maius, alterum minus, basis erit quadrante maior. & contra.

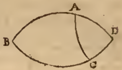
Esto triangulum ABC, cuius rectus sit ad B angulus, & AB quadrans. Aio basim AC quadrantem esse. Cum namque BA sit quadrans maximi circuli perpendicularis ad BC, erit punctum A polus circuli BC per 5 huius, & arcus AC per I partem eiusdem, circuli quadrans.

Sed iam duo latera rectum ABC ambientia scil. AB, BC sint quadrante minora. Aio basim AC minorem esse quadrante. Producatur enim CB quidem vsque ad D. BA vero vsque ad F, donec fiant quadrantes CBD, BAF. & ex F ducatur ad D maximi circuli arcus FD, cōtinuato CA vsque

vsque ad E. Quoniam igitur arcus FB quadrans est, & normalis ad arcum CBD, punctum F erit polus circuli CBD, per 2 partem 5 huius, & per 1 eiusdē, FD erit quadrans, rectusque EDC angulus. Cumque in triangulo EDC vnum ex lateribus rectum ad D angulum ambientibus, nimirum DC sit quadrans, erit & basis quoque CE quadrans per primam partem huius, quare arcus CA quadrante minor.

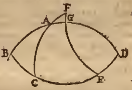


¶ Sunto iam duo arcus AB, BC quadrante maiores. Aio basim AC quadrante minorem esse. Producantur nanque arcus BA, BC donec concurrant in D. Semicirculi igitur erunt BAD, BCD. Et quoniam arcus BA, BC sunt quadrante maiores, residui AD, DC, quadrante erunt minores, estque angulus ADC rectus, vt qui æqualis angulo B per secundam huius. Quare per secundam partem huius, arcus AC erit quadrante minor.

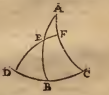


ALITER.

Esto triangulum ABC cuius rectus ad B angulus, & latera AB, BC, rectum ambientia quadrante minora. Aio basim AC minorem esse quadrante. Productis enim arcubus BA, BC vsque ad G & E, fiant quadrantes BG, CE, & producatur arcus CA donec concurrat cum arcu EG continuato in puncto F. Cum igitur arcus GB sit quadrans, & ad rectos circulo BCE, punctum G erit polus circuli BCE, per secundam partem quintæ huius. Rectus igitur CEG angulus, per primam partem eiusdem, sed & arcus EC quadrans, Basis igitur FC quadrās per primam partem huius. Quare AC quadrante minor. Eodem modo demonstrabimus, si latera rectum ambientia fuerint ambo quadrante maiora, vt in triangulo ADC rectum ad D habente angulum.



¶ Denique trianguli ABC duorum laterum rectum ambientium AB, BC, alterum AB sit quadrante maius, alterum BC minus. Aio arcum AC quadrante maiorem esse. Proferatur nanque CB in D donec fiat quadrans CD, & quoniam arcus BA quadrante maior est. Esto quadrans EB perque puncta D & E ducatur arcus maximi circuli DEF, occurrens arcui AC in F. Erit igitur per secundam partem 5 huius punctum E polus circuli DC, & angulus EDC rectus, per primam partem eiusdem. Cumque in triangulo FDC vnum ex lateribus rectum ambientibus nempe DC sit quadrans circuli, basis CF erit itidem quadrans per primam partem huius. Quadrante igitur maior est arcus CA. Quod demonstrandum fuit.



¶ Secundam theorematis partem sic demonstrabimus. Esto AC quadrans. Dico vnum ex lateribus ambientibus AB, BC esse quadrantem circuli. Secus nanque vel ambo quadrante maiora erunt, vel ambo minora, ex quo per primam partem huius sequetur latus AC esse breuius quadrante, contra hypothesim. Vel alterum quadrante maius erit, alterum minus. Quare per primam partem huius arcus AC erit quadrante longior contra hypothesim, positus nanque fuit quadrans. Restat igitur vt vnum ex lateribus AB, BC sit quadrans circuli.

¶ Nunc auté ponatur arcus AC quadrante minor. Dico ambo latera AB, BC vel minora vel maiora esse quadrante. Secus enim, vel vnũ ex iis erit quadrans. Ergo & AC quoque per primam partem huius, contra hypothesim. Vel alterum erit maius quadrante, alterum minus, quare AC erit quadrante maior, ex prima parte huius, contra hypothesim. Reliquum est igitur, vt ambo latera AB, BC, vel quadrante maiora sint, vel quadrante minora.

¶ Esto denique arcus AC quadrante maior. Dico ex ai cubus AB, BC alterum quadrante maiorem fore, alterum minorem. Alioquin vel ambo erunt quadrante maiores minoresve. Quare ex prima parte huius AC erit quadrante minor, contra hypothesim. vel vnum ex ambientibus erit quadrans. Quare & AC quoque quadrans, per primam partem huius, contra hypothesim. Superest igitur vt basi AC quadrante longiori posita, sit & alterum ex lateribus AB, BC quadrante longius, alterum breuius. Quod d. fuit.

COROLLARIVM.

Ex duobus superioribus theorematibus patet, si trianguli sphærici vnicum habentis rectũ angulum, dentur duo termini præter rectum angulum, dari angulorum ipsius species, & de lateribus non datis illud dari, maiora ne quadrante sint, an minora. Præter quàm si latus datum dato opponitur angulo, tum enim necesse est dari insuper, vel tertij anguli speciem, hoc est, obtusus ne sit an acutus. Vel vtrum basis, latus ve ambiens sint maiora, an minora quadrante.

Etenim si trianguli ABC dentur duo latera rectum ambientia AB, BC, colligemus ex 1 parte 7 huius vtrum anguli A & C sint acuti, an obtusi, & ex 1 parte 8 huius, sit ne basis AC quadrante maior, an minor.

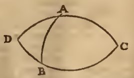
¶ Si basis AC detur cũ vno laterum rectum ambientiũ, vt AB. Ex latere quidem AB intelligetur per primã partẽ 7 vtrum angulus C sit acutus, an obtusus. Ex AC autem & AB dabitur per 2 partem 8 vtrum reliquum latus ambiens BC sit maius, an minus quadrante. Quo cognito per 1 partem 7 dabitur species anguli A. Nam si latus AC sit minus quadrante, latere quidem AB minore posito quàm quadrante, erit & BC quadrante minus: maiore, maius. Si vero AC maius sit quadrante, latere AB minore posito quàm quadrante, erit BC quadrante maius: maiore, minus, per 2 partem 8.

¶ Quod si duo A & C anguli dentur, dabitur è vestigio vtrum latera AB, BC quadrante maiora sint, an minora, per 2 partem 7 huius. Ex iis autem datis, dabitur per 1 partem 8 maiusne sit an minus quadrante latus AC.

¶ Quod si latus vnũ detur cum vno angulorum: dabitur vel basis cum vno angulorum. Vel latus ambiens cum angulo adiacente. Vel latus ambiens cum angulo opposito. Si basis cum vno angulorum, vt AC angulusque C. Dabitur per 2 partem 7 maiusne sit an minus quadrante latus AB. Quo dato, per a partem 8. dabitur idem de latere BC. & per a partem 7, species anguli A dabitur.

¶ Si latus ambiens BC detur cum angulo adiacente C. dabitur per 2 partem 7 maiusne sit an minus quadrante latus AB. Ex duobus autem AB, BC lateribus, dabitur vt supra per 1 partem 8, vtrum AC sit quadrante maius, an minus.

¶ Si vero detur latus ambiens vna cum angulo sibi opposito, hypothesis non sufficiet ad inueniendam speciem tertii anguli. Ac vtrum reliqua latera quadrante maiora sint an minora.



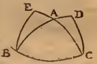
Trianguli siquidem ABC sphærici detur latus AB vna cum angulo ei opposito C. Sintque in presentia latera AC, CB quadrante maiora. Ea proferantur donec concurrant in D. Et quoniam vterque arcuum AC, CB quadrante maior est: reliquorum AD, BD vterque erit quadrante minor, & angulus DAB acutus. (Cum angulus BAC, cui opponitur latus BC quadrante longius, sit per 1 partem 7 obtusus). Duo sunt igitur triangula BAC, BAD. quorum anguli ad C & D sunt æquales, per secundã huius, latus quoque AB commune. Reliqua tamen latera vnius BC, CA, reliquis BD, DA alterius sunt sigillatim inæqualia, & anguli BAC, BAD inæquales, vt ex hypothesi, nec de angulis, nec de lateribus possis statuere, vtrum sit id quod queritur.

Hoc est

Hoc est latus ne quadrante longius, an breuius. Et angulus recto maior, an minor. Quare siue ex latere ambiente & angulo ei opposito quæritur reliquum latus ambiens, vt in 4 propos. triang. sphæricorum rectangulorum. Siue basis, vt in a propos. triang. sphæric. rectangulorum. Siue tertius angulus, vt in 3 eorundem, oportet dari præterea vnum aliquod è supradictis. Nempe, vel speciem tertii anguli. Vel de altero duorum ignotorum laterum, maiusne sit an minus quadrante, Vt tertii anguli, laterumque magnitudines definiantur. Propterea quod, licet ipsorum sinus per eas propositiones dentur, tamen quia duorum arcuum semicirculum constituentium sinus est idem. Itemque duorum angulorum duobus rectis æqualium. Dubium est vtrum ex dato sinu, arcus quadrante maior an minor sit accipiendus. Et angulus recto maior, an minor. Huius autem rei ignoratione giomótano erroris causam attulit propos. 27 lib. 4 triangulorum. Quæ est eiusmodi. Vno latere trianguli rectanguli cum altero duorum angulorum non rectorum cognito, & angulum reliquum cum lateribus reliquis inuenire. Hanc enim demonstrans subiicit. Si enim latus datum angulo dato opponatur. vt in figura est latus AB, ratio sinus anguli ACB erit ad sinum arcus AB, vt sinus anguli ABC recti ad sinum arcus AC, tribus autem primis quantitatibus cognitis, quarta dabitur nota, & ideo arcus AC cognitus. Atqui is male arguit Etenim sinus arcus AC, sinus est & arcus quoque AD. Vter autem arcuum ex sinu inuento sit accipiendus, non constat ex hypothesi. Simili errore lapsus est & Copernicus propos. 4 triang sphæricorum quæ est eiusmodi. In quocunque triangulo rectum angulum habente alius insuper angulus fuerit datus, cum quolibet latere. reliquus etiam angulus cum reliquis lateribus dabitur. Nam in secunda ... eius theorematis offendit.

PROPOSITIO 9.

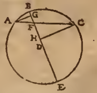
Trianguli sphærici æquicrurii anguli ad basin sunt æquales



Sit triangulum sphæricum ABC, cuius duo AB & AC latera sint æqualia, dico angulos ABC, ACB æquales esse adinuicem. Polo namque B & interuallo BC describo circulum DC. Similiter polo C & interuallo CB describo circulum BF, productis BA, CA vsque ad puncta D & E. Circuli igitur EB, DC sunt æquales, cum rectæ ab eorum polis ad circunferentiam deductæ sint æquales. Quinetiam cum arcus CE, BD sint per fabricam æquales, CA autẽ & BA per hypotesin, residui arcus AE, AD erunt æquales. Cum igitur in æqualibus circulis EB, DC super que extremitatibus diametrorum ipsorum, nimirum punctis D & E excitata sint segmenta circulorum perpendicularia & æqualia EA, DA. Rectæque AB, AC ab A puncto deductæ ad circulos EB, DC sint æquales, erunt & arcus EB, DC æquales per u lib. 2 sphæric. Quare anguli ECB, DBC qui æquis arcubus circulorum ad quorum polos constituti sunt insident, erunt æquales. per 1 corol. huius. Quod d. fuit.

PROPOSITIO 10.

Si diameter circuli in communem terminum duorum arcuum, vtriusque semicirculo minoris deducatur, secabit chordam arcus ex ijs conflati in ratione sinuum ipsorum.

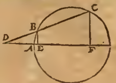


Esto circulus ABCE in quo sumantur duo arcus continui AB, BC, quorum vterque semicirculo sit minor. Chorda totius ABC arcus ex ijs conflati, sit AC. Quam secet dimetiens ducta ad punctum B, communem ipsorum terminum, in puncto F. Dico CF esse ad FA vt est sinus arcus CB ad sinũ arcus BA. Ex C & A demittantur perpendiculares ad diametrum rectæ CH, AG. Quæ quidem erunt ex definitione sinus arcuum CB, BA. Cum igitur duo triangula AGF, CHF rectangula, æquales habeãt ad F angulos, rectos autem ad G & H, erunt æquiangula, lateribusque proportionalia. Vt igitur CF ad FA, sic CH ad AG. Quod demonstrandum fuit.

PROPOSITIO II.

Si à puncto extra circulum signato, ducatur duæ rectæ secantes circulũ, quarum vna tantũ per centrũ transeat: sinus arc⁹ comprehensi inter terminum rectæ non per centrum transeuntis & rectam per centrum transeuntem, erit ad sinum arcus inter ambas conclusi, vt tota recta extra centrum ducta, ad partem ipsius exteriorem.

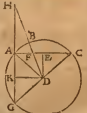
Esto circulus AFC, ad quem à puncto D extra ipsum signato ducantur duæ rectæ DBC. DAF. Quarum DAF quidem sit per centrum. DBC vero extra. Et à punctis B & C ad rectam DAF demittantur perpendiculares CF, BE. Quæ ex definitione sunt sinus arcuum CA, BA. Dico CD esse ad DB vt CF ad BE. Quod statim patet cum triangula CDF, BDE commnem habeant ad D angulum, & rectos ad E & F Sunt enim ea propter æquiangula, vt igitur ex 4 lib. 6 elem. CD ad DB, sic CF ad BE. Quod demonstrandum fuit.



PROPOSITIO 12.

Si summa, vel differentia duorum arcuum, & ratio sinuum eorundem data fuerint vterque dabitur.

In circulo ABC duorum arcuum AB, BC summa vel differentia data sit, & ratio sinuum eorundem. Aio vtrunque datum iri. Detur igitur in presentia ipsorum summa. Et ex D in AC perpendicularis esto DE. Ducantur & rectæ DA, DB. Cum ergo datus sit arcus ABC, dabitur & eius semissis, hoc est angulus ADE. Qualium ergo DE, vt radius circuli centro D & inretuallo DE descripti, est 1 sex. 1̄, talium dabitur ex canone adscriptarum AE. Est autem ratio sinus arcus AB ad sinum arcus BC data, hoc est per 10 huius, ratio AF ad FC. Ergo & ratio quoque AF ad semissem differentiæ rectarum AF, FC. Hoc est ad FE data erit. Et coniunctim, ratio AE ad FE. Qualium igitur AE datur partium (& ED est 1 sex. 1̄) talium dabitur FE. Et per canonem adscriptatũ angulus EDF, qui detractus dimidio anguli ADC, id est, angulo ADE, relinquet angulũ ADF datum, id est arcum AB. arcus porro AB detractus ex toto ABC dato, reliquum faciet BC datum.



Exẽplum. Esto arcus ABC 40. Ratio sinus arcus AB ad sinũ arcus BC, id est rectæ AF ad rectam FC, sit vt 4 ad 7. Quæritur vterque arcuum AB, BC. Summa terminorum rationis est II. Semissis 5 g̃. 30 m̃. Differentia terminorum 3. semissis 1 g̃. 30 m̃. Erit ergo AE ad EF vt 5 g̃. 30 m̃ ad 1 g̃. 30 m̃. Cum autem angulus ADE sit 20. (totidem nanque est partium semissis arcus ABC) qualium ED vt radius est 1 sex. 1̄, talium AE erit ex can. adscriptarũ 21 g̃. 50 m̃. 17 3̃. Est autem AE ad EF vt 5 g̃. 30 m̃. ad 1 g̃. 30 m̃. Ergo qualium AE est 21 g̃. 50 m̃. 17 3̃. talium EF erit 5 g̃. 57 m̃. 21 3̃. Et angulus EDF ex can. adscriptarum 5 g̃. 40 m̃. Totidem erit partium & semissis differentiæ arcuum, qui detractus ex 20, relinquit 14 g̃. 20 m̃. quantus est arcus AB. Reliquus igitur BC erit 25 g̃. 40 m̃.

ALITER.

Ducatur dimetiens CDG: ducatur & ex G per punctum A recta GAH, concurrens cum DB extra circulum producta in H. Cum igitur ratio sinus arcus CB ad sinum arcus BA data sit, dabitur & ratio sinus arcus GB ad sinum arcus BA, (cum arcus CB, BG semicirculum constituentes sinum habeant eundem) vt autem sinus arcus GB ad sinum arcus BA, sic ex 11 huius GH ad HA. Data igitur erit ratio GH ad HA. Et diuisim ratio GA ad AH. Ratioque dimidiæ AG, id est rectæ KA ad AH. Cumque arcus ABC datus sit, datur & residuus ad semicirculum AG, angulusque ADG & eius semissis ADK. Qualium igitur DK, vt radius circuli centro D & interuallo DK descripti, datur partium, talium dabitur AK ex can. adscriptarum. Cumque data sit ratio KA ad AH. Qualium KA datur partium, talium dabitur & AH, totaque KH. Et ex canone adscriptarum angulus HDK. Vnde subducto angulo ADK dato, residuus fit angulus BDA datus, hoc est arcus AB. Cui addito AG dato, fit totus BAG datus. Hinc & residuus ad semicirculum arcus BC. Quod propositum fuit.

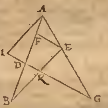
Exemplum. Quoniam in proposito exemplo arcus ABC est 40 partium, reliquus AG erit

erit 140 partium. Totidem erit partium & angulus ADG. Eius autem semissis angulus ADK, erit 70. Quare qualiũ DK est 1 sex. ī, talium AK est ex canone adscriptarum 2 sex. ī. 44 ḡ. 50 m̄. 55 ā. Et quoniam ratio GH ad HA est vt 7 ad 4. Erit & ratio GA ad AH vt 3 ad 4. & ratio KA ad AH vt 1 ḡ. 30 m̄. ad 4. Qualium igitur KA est 2 sex. ī. 44 ḡ. 50 m̄. 55 ā. taliũ AH erit 7 sex. ī. 19 ḡ. 35 m̄. 40 ā, Tota autem KH, 10 sex. ī. 4 ḡ. 26 m̄. 35 ā. Angulus igitur HDK erit ex cano. adscriptarum 84 ḡ. 20 m̄. Vnde subducto angulo ADK 70, restat angulus ADB 14 ḡ. 20 m̄. totidemque partium & arcus AB. Fuit autẽ totus ABC arcus 40. Residuus igitur BC erit 25 ḡ. 40 m̄. Quod propositum fuit inuenire.

¶ Quod si iam duorum arcuum vt BA, BG, differentia arcus AO detur, vna cum ratione sinuum eorundem. Cui dubium esse potest, qui iam demonstrata perceperit, quin eodem argumẽtationis ductu dentur ipsi BA, BG arcus, idque vtraque via? vnde licet colligere duorum superiorum theorematum 10 & 11 hypotheses ad vnam eandemque relabi. Problemata autem illa duo cyclica quæ apud Ptolemæum sunt lib. 1. μεγ. συντάξ. quæ nos vnico complexi sumus, vnum esse problema, & vtrumuis ipsorum alterius via & ratione expediri posse. Cuius rei si summo illi viro in mentem venisset, alterum sane ipsorum, quod eius fuit breuitatis studium, prætermisisset. Nostra est alia ratio, qui demonstrandi varietatem non aspernamur.

PROPOSITIO XIII.

Si ab eodem puncto educantur duæ rectæ angulum continentes, & ab earum terminis in easdem reflectantur aliæ duæ rectæ, se & easdem secantes, ratio partis inferioris vnius eductarum, ad partem superiorem eiusdem, componitur ex ratione partis inferioris reflexæ ab eodem termino, ad partem superiorem eiusdem, & ex ratione partis inferioris alterius eductæ, ad totam eductam.



A puncto A educantur duæ rectæ AB, AG, ab earumque terminis B & G, sursum reflectantur rectæ BZE, GZD secantes se in Z, rectas vero AB, AG in punctis D & E. Aio rationẽ lineæ GE ad lineam EA, componi ex ratione lineæ GZ ad lineam ZD. & ex ratione lineæ DB ad lineam BA. Ducatur nãque per punctum A linea AI æquidistans rectę EZ. protrahaturque GD donec cum ea concurrat in I. Cum ergo triangula IDA, ZDB sint æquiangula, (æquales nanque anguli ad verticem in D. & quia in parallelos AI. EB. incidunt IZ, AB. anguli AID. DZB sunt æquales, itemque IAD, DBZ) latera igitur circum æquales angulos sunt proportionalia. Quamobrẽ ID est ad DZ vt AD ad DB. Et coniunctim IZ ad ZD, vt AB ad BD. Et conuersim, ZD ad ZI, vt DB ad BA. Cumque in triangulo AGI, recta EZ sit parallelus lateri AI. Erit vt GE ad EA, sic GZ ad ZI. Duabus autem GZ, ZI interiecta DZ, ratio GZ ad ZI, hoc est GE ad EA, componetur ex ratione GZ ad ZD, & ex ratione ZD ad ZI, hoc est DB ad BA. Quod d. erat.

PROPOSITIO XIIII.

Dico preterea rationẽ GA ad AE, componi ex ratione GD ad DZ, & ex ratione ZB ad BE.

Ducatur enim per punctum E recta EF æquidistans lineæ GD. Erit igitur GA ad AE vt GD ad EF. Duabus autem GD, EF interposita DZ, ratio GD ad EF, hoc est GA ad AE, componetur ex ratione GD ad DZ; & DZ ad FE. Est autem DZ ad FE, vt ZB ad BE (cum DZ sit parallelus rectæ EF) ratio igitur GA ad AE componetur ex ratione GD ad DZ, & ex ratione ZB ad BE. Quod d. fuit.

Sunt & aliæ theorematis huius πτώσεις, quas facile assequetur qui has bene perceptas habuerit. Obseruet modo, vt linea que interponitur, sit vel æquidistans alteri duarum quibus interponitur, vel adiungitur. Vel pars alterius earundem, vel contra, vt earum altera sit pars ipsius.

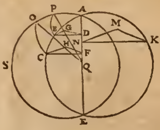
¶ Tenendum & illud quoque est, quod apud Theonem est in magna compositione, ὅτι ἀφ' οὗ σημείου ἄρχεται ὁ συντιθέμενος λόγος, ἀπὸ τούτου ἄρχεται καὶ ὁ πρῶτος τῶν συντιθέντων. καὶ εἰς ὃ οὗτος καταλήγει, ἀπὸ τούτου ἄρχεται ὁ δεύτερος τῶν συντιθέντων, καὶ λήγει εἰς ὃ καὶ ὁ συντιθέμενος κατέληξε.

Hoc est, à quo puncto incipit composita ratio, ab eodem initium sumit prior componentium. Quodque in punctum illa desinit, ab eo incipit posterior componentium, & terminatur in idem atque ratio composita terminabatur. Nam ratio composita GE ad FA, incœpit à G, desiit in A. Prior etiam componentium, nimirum ratio GZ ad ZD, incipit à G, vnde & composita cœperat, & desinit in D. Vnde & posterior componentium, nimirum ratio DB ad BA incipit, eademque desinit in A, vbi & composita desierat. Atque hic ordo, non modo in planis, verum etiam in sphæricis, est perpetuus.

PROPOSITIO XV.

Si duo maximi circuli se secuerint, eorumque ab intersectione sumantur in vno ipsorum duo arcus, & à punctis eos arcus terminantibus demittantur perpendiculares lineæ in reliqui circuli planum, erit vt sinus arcus vnius ad sinum alterius, sic perpendicularis ad perpendicularem.

Duo circuli ABEK, ASE secent se in A & E punctis, sitque planorum ipsorum communis sectio recta AE. Sumantur etiam in vno ipsorum duo arcus AB, AC, ab intersectione A incipientes. Et ex eorum terminis B & C, demittantur perpendiculares, BD quidem & CF in AE: BG vero & CH, in planum circuli ASE: connexis rectis DG, FH. Aio sinum arcus AC, esse ad sinum arcus AB, hoc est CF ad BD, vt CH ad BG. Rectæ siquidem BD, CF erunt paralleli, quia perpendiculares ad communem planorum sectionem. Itemque BG, CH, quia perpendiculares ad idem planum, per 6 lib. 11 elem. Erit igitur angulus GBD angulo HCF æqualis per 10 lib. 11 elem. Quamobrem triangula GBD, HCF rectangula erunt equiangula, ideoque lateribus proportionalia. Vt igitur CF ad BD, sic CH ad BG. Quod d. fuit. Eodem modo demonstrabimus, si arcus sumantur in eodem circulo, vtrinque ab intersectione, vt arcus AB, AK, vel AC, AK.



COROLLARIVM.

Hinc patet, si à punctis resectos arcus terminantibus, ducantur ad alterum circulum perpendiculares arcus, sinus arcuum resectorum, in eadem esse ad inuicem ratione, in qua sinus arcuum perpendicularium.

Sunt enim sinus perpendicularium arcuum, nihil aliud quàm rectæ perpendiculares ad reliqui circuli planum, quarum ex hoc theoremate ea est ratio, quæ sinuum arcuum resectorum. A centro enim sphæræ quod sit Q, per puncta H & G ducantur radii QHO, QGP. perque rectas CH, QO & BG, QP, ducantur plana, quæ describent in sphæræ superficie arcus maximorum circulorum BP, CO per 1 & 6 lib. 1 sphæric. Qui perpendiculares erunt ad circulum AOS E, per 18 lib. 11 elem. Traiecta nanque sunt plana per rectas CH, BG plano ipsius perpendiculares. Rectæ autem CH, BG erunt perpendiculares ad rectas QHO, QGP. per 3 def. lib. 11 elem. Quare per defin. sinuum, erunt sinus arcuum CO, BP. Demonstratum autem est FC esse ad BD, vt CH ad BG. Ergo sinus CA est ad sinum BA, vt sinus CO ad sinum BP.

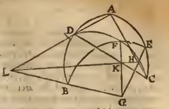
PROPOSITIO XVI

Si à puncto in sphæræ superficie notato educantur duo arcus maximorum circulorum, quorum vterque semicirculo sit minor, & ab eorum terminis in ipsos reflectantur alii duo arcus max. circulorum, se & eosdem secantes: ratio sinus partis inferioris vnius eductorum ad sinum partis superioris eiusdem, componitur ex ratione sinus partis inferioris reflexi ab eodem termino, ad sinum partis superioris eiusdem, & ex ratione sinus partis inferioris alterius educti, ad sinum totius educti.

Notetur in sphæræ superficie punctum A, & ex eo educantur duo arcus max. circulorum AB, AC, vterque semicirculo minor. Ex eorum vero terminis B & C, reflectantur in

eosdem

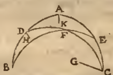
eosdem alii duo arcus maximorum circulorum, CFD, BFE sese in F secantes: arcus vero AB AC in punctis E, D. Aio rationem sinus arcus CE, partis inferioris vnius eductorum, ad sinum arcus EA partis superioris eiusdem, esse compositam ex ratione sinus arcus CF, partis inferioris alterius teflexi ab eodem termino C, ad sinum arcus FD, partis superioris eiusdem. Et ex ratione sinus arcus DB, partis inferioris alterius educti, ad sinum arcus BA, totius educti.



Sumatur enim centrum sphæræ G, atque ab eo ad sectiones circulorum B, F, E ducantur rectæ lineæ GB, GF, GE. Et coniuncta AD protrahatur, donec concurrat cum GB itidem producta in puncto L Similiter autem coniunctæ rectæ CD, CA, secent rectas GE, GF, in punctis K, H. Erunt igitur in eadem recta linea puncta H, K, L. Sunt enim in duobus simul planis, scil. in triangulo ACD, & in circulo BFE. Ideoque ducta HKL linea, ipsa erit communis planorum sectio, & eamobrem recta linea per 3 lib. II elem. Quo fit vt cum à puncto A eductæ sint duæ rectæ lineæ AL, AC, angulum ad A continentes, ab earumque terminis reflectantur in easdem rectæ CKD, LKH, secantes se in K, & rectas AL, AC in punctis D & H. Ratio CH ad HA componatur ex ratione CK ad KD, & ex ratione DL ad LA per 13 huius. Est autem CH ad HA vt sinus CE ad fin. EA per 10 huius. & CK ad KD, vt sin. CF ad fin. FD per eandem. & DL ad LA, vt sin. DB ad sin BA, per 11 huius. Ratio igitur sinus CE ad sin. EA componitur ex ratione sin. CF ad sin. FD, & sin. DB ad sin. BA. Quod d. erat. Cum autem theorematis huius complures sint πτώσεις (Quoniam rectæ AD, GB non semper concurrunt) reliquas lib. 3 sphæricorum Menelai persequemur.

ALITER ET PLANIVS.

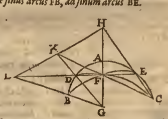
Ex C, A, & D demittantur perpendiculares rectæ in planum circuli BFE, nimirum CG, DH, AK, vt in sequenti figura. Recta igitur DH sumpta intermedia duabus CG, AK. Ratio CG ad AK componetur ex ratione CG ad DH, & DH ad AK. Sed ratio CG ad AK, eadem est cum ratione sin. CE ad sin EA per 15 huius (Duo enim circuli AEC, BE, se inuicem secant in E, & in altero ipsorum, nempe AEC, sumpti sunt duo arcus ab intersectione EA, EC, & à punctis A & C demissæ sunt perpendiculares AK, CG. in planum circuli BFE) eodem modo ratio CG ad DH eadem est cum ratione sin. arcus CF ad sin arcus FD. Et ratio DH ad AK, eadem cum ratione sin. arcus DB, ad sin. arcus BA. Igitur ratio sin. arcus CE ad sin. arcus EA, componitur ex ratione sin. arcus CF ad sin. arcus FD: & ex ratione sin. arcus DB ad sin. arcus BA. Quod d. fuit.



PROPOSITIO XVII.

Aio insuper rationem sinus arcus CA, *ad sinum arcus* AE, *esse compositam, ex ratione sinus arcus* CD, *ad sinum arcus* DF, *& ex ratione sinus arcus* FB, *ad sinum arcus* BE.

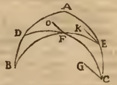
Coniunctæ enim rectæ GE, GA. producantur donec concurrant in H. Similiter EF, GB concurrant in puncto L. Rursusque CF, CD concurrant in K. Quoniam igitur puncta H, K, L sunt & in eo plano in quo est triangulum CFE, (sunt enim in productis ipsius lateribus) & in plano etiam in quo circulus ADB (quia sunt in lineis quæ ex centro ipsius educūtur) ideo puncta H, K, L sunt in communi planorum sectiõne, trianguli scil. CEF & circuli ADB. Et propterea in eadem recta linea. Qua ducta, fit vt in duas HL, HC, duæ aliæ CFK, LFE ab ipsarum terminis reflectantur, secantes se in F, idcirco ratio CH ad HE componitur ex ratione CK ad KF, & ex ratione FL ad LE, per 14 huius. Porro ratio CH ad HE, eadem est rationi sin. CA ad sin. AE, per 11 huius. Ac per eandem, ratio CK ad KF, eadem est rationi sin. CD ad



finum DF. Denique per eandem, ratio FL ad LE, eadem est rationi finus FB ad finum BE. Quamobrem ratio fin. CA ad fin. AE, componitur ex ratione fin. CD ad fin. DF, & ex ratione fin. FB ad fin. BE. Quod d. erat.

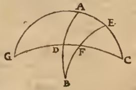
ALITER ET PLANIVS.

Ex C, F, E, demittātur perpendiculares CG, FO, EK in planum circuli ADB, duabus igitur CG & EK interposita intermedia FO, ratio CG ad EK componetur ex ratione CG ad FO, & ex ratione FO ad EK. Est autem CG ad EK vt fin. CA ad fin. AE per 15 huius (circulus enim CEA circulum BDA secat in A, & ex E & C terminis arcuum AE, AC demissæ sunt perpendiculares CG, EK) itemque CG est ad FO, vt fin. arcus CD ad fin. arcus DF (secat enim & circulus quoque CD circulum BDA in D, & demissæ sūt perpendiculares FO, CG, in planum circuli BDA) denique FO est ad EK, vt fin. arcus FB ad fin. arcus BF, per eandem. Ratio igitur fin. arcus CA ad fin. arcus AE, cōponitur ex ratione fin. arcus CD ad fin. arcus DF, & ex ratione fin. arcus FB ad fin. arcus BE. Quod d. fuit.



ALITER.

Producantur arcus CA, CD quo vsque concurrant in O. Semicirculi igitur erunt CAO, CDG. Cumque ab E puncto in sphæræ superficie notato, educti sint duo arcus maximorum circulorum EG, EB, & ab eorum terminis G & B, sursum reflectantur arcus GDF, BDA se se in D secantes, ratio finus arcus GA ad fin. arcus AE, componetur ex ratione fin. arcus GD ad fin. arcus DF, & ex ratione fin. arcus FB ad fin. arcus BE per 16 huius. Sunt autem fin. arcuum GA, GD iidem quoque finus arcuum AC, DC (finus enim arcus cuiuslibet, finus est etiam arcus residui ad semicirculum) ratio igitur finus arcus CA ad finum arcus AE, componitur ex ratione finus arcus CD ad finum arcus DF, & ex ratione fin. arcus FB ad fin. arcus BE. Quod d. erat.



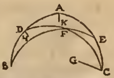
COROLLARIVM.

Hinc patet, vbi cunque vsus est theorematis κατὰ διαίρεσιν, ibidem & theorema quoque κατὰ σύνθεσιν locum habere.

PROPOSITIO XVIII.

Præterea ratio finus arcus AB *ad finum arcus* BD, *componitur ex ratione finus arcus* AE *ad finum arcus* EC, *& ex ratione finus arcus* CF *ad finum arcus* FD.

Repetita nanque secunda 16 propos. figura, finus AB est ad fin. BD, vt AK ad DH per 15 huius. Duabus igitur AK, DH interponatur CG. Ratio igitur AK ad DH, hoc est fin AB ad fin. BD, componetur ex ratione AK ad CG & ex ratione CG ad DH. Est autem AK ad CG per 15 vt fin. AE ad fin. EC. & CG ad DH, vt fin. CF ad fin. FD. Ratio igitur fin. AB ad fin. BD, componitur ex ratione fin. AE ad fin. EC, & ex ratione fin. CF ad fin. FD.



PROPOSITIO XIX.

Aio conuersim quoque rationem fin. DB *ad fin.* BA, *componi ex ratione fin.* DF *ad fin.* FC, *& ex ratione finus* CE *ad finum* EA.

Ratio nanque fin. DB ad fin. BA, eadē est rationi perpendicularis DH ad perpendicularem AK. Duabus autem DH, AK interponatur CG. Ratio igitur DH ad AK, hoc est fin. DB ad fin. BA, componetur ex ratione DH ad CG, & ex ratione CG ad AK. Ratio autem DH ad CG, eadem est rationi fin. DF ad fin. FC per 15. Et per eandem, ratio CG ad AK, est eadem rationi fin. CE ad fin. EA. Ratio igitur fin. DB ad fin. BA componitur ex ratione fin. DF ad fin. FC, & ex ratione fin. CE ad fin. EA. Quod I. erat.

PROPO-

PROPOSITIO 20.

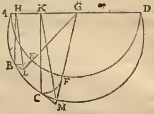
Adhæc ratio sinus arcus CF *ad sin. arcus* FD, *componitur ex ratione sin. arcus* CE *ad sinum arcus* EA, *& ex ratione sinus arcus* AB *ad sinum arcus* BD.

Est enim in eadem descriptione CG ad DH, vt sin. CF ad sin. FD. duabus autem CO, DH interponatur AK. Ratio igitur CG ad DH, hoc est sin. CF ad sin. FD, componetur ex ratione CG ad AK, & ex ratione AK ad DH. Atqui ratio CO ad AK eadem est rationi sin. CE ad sin EA, per 15 huius. Ratio vero AK ad DH eadem rationi sin. AB ad sin. BD. Ratio igitur sin. CF ad sin FD, componitur ex ratione sin. CE ad sin EA, & ex ratione sin. AB ad sin. BD

PROPOSITIO 21

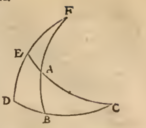
Si duo maximi circuli se secuerint, sumptisque in vno ipsorum duobus punctis ad arbitrium, arcus maximi circuli perpendiculares ab iis ad alterum circulum demittantur, sinus arcuum inter punctum intersectionis & rectos angulos comprehensorum, erunt ad inuicem vt adscriptæ perpendicularium arcuum eodem ordine sumptorum.

Circulus nanque ABCD circulum AED secet in A & D punctis, sitque planorum ipsorum communis sectio AD, sumptisque ab intersectione A, duobus ex circulo ABCD arcubus, nimirum AB, AC, à punctis B & C demittantur in AD perpendiculares BH, CK. Ab iisdem punctis, excitentur plano circuli ABCD perpendiculares BL, CM. Per quas & sphæræ centrum O, traiiciantur plana. Ea describent in sphæræ superficie maximorum circulorum circunferentias. Harum arcus inter circulos ABCD, AED comprehensi sint. BE CF. Qui quidem erunt normales plano circuli ABCD. Quoniam & ipsorum planum, per 18 lib 11 elem. vt per rectas perpendiculares LB, MC traiectum. Præterea à centro sphæræ O, per E & F puncta, ducantur rectæ GEL, GFM. Quæ quidem in eodem plano sunt, per fabricam, cum rectis BL, CM, cum iisque concurrent. Nam si ducantur diametri OB, GC, bini anguli OBL, BOC, itemque bini GCM, CGM, minores erunt duobus rectis (sunt enim recti per hypothesim & 18 lib. 11 elem. OBL GCM. At BGL, CGM rectis minores, per vltimã lib. 6 elem. quia arcus BF, CF quibus insident, quadrantibus per hypothesim adscriptarum sunt minores) rectæ igitur OM, CM, & GL, BL concurrent. Concurrant in punctis L & M. Eruntque ex defin. CK & BH, sinus arcuum AC, AB. Arcuum vero perpendicularium BE, CF adscriptæ erunt rectę BL, CM. Aio igitur CK esse ad BH, vt CM ad BL. Bina siquidem H & L. itemque K & M puncta, copulentur rectis HL, KM. Quoniam igitur rectæ LB, MC. sunt perpendiculares plano circuli ABCD, erunt & triangula quoque LBH, MCK, per ipsas traiecta, eidem plano perpendicularia, per 18 lib. 11 elem. communesque ipsorum sectiones, erunt BH, CK. Ad quas cum in plano circuli ABCD, perpendicularis acta sit AHK, erit AHK ex defin. rectorum planorum, scil. 3 lib. 11 elem. perpendicularis ad plana triangulorum LHB, MKC. Ergo ex defin. rectę ad planum perpendicularis, quæ 2 est eiusdem libri, eadem AHK perpendicularis erit & ad rectas quoque HL, KM, que ipsam in subiectis planis tangunt. Recti igitur erunt AHL AKM ãguli. Quare lineæ HL, KM paralleli. Paralleli autem sũt & BH, CK, quæ ãgulos cum iis continent. Angulus igitur BHL angulo CKM æqualis erit per 10 lib. 11 elem. sed & recti, qui ad B & C. Triangula igitur BHL, CKM erunt æquiangula, ideoque lateribus proportionalia. Vt igitur CK ad BH, sic MC ad LB. Quod demonstrandum fuit.



Sic etiam possumus demõstrare rectas HL, KM esse parallelos. Sũt enim cõmunes sectiones triãgulorũ BLH, CMK, & plani circuli AED, siquidem sũt in planis triãgulorum BLH, CMK. per 2 lib. 11 elem. & in plano circuli AED. Quia pũcta H & K in ipsius sũt diametro. Puncta quoque L, M sũt in eiusdem diametris GE, GF productis: Et quia rectæ HB, KC sũt paralleli per fabricã & 28 lib. 1 elẽ. Quin etiã rectę LB, MC ipsas tãgẽtes, per 6 lib. 11 elem. (quia plano circuli ABCD perpẽdiculares) planũ per rectas LB, BH traiectũ, parallelũ erit plano per rectas CM. CK traiecto, per 15 lib. 11 elẽ. Hoc est planũ triãguli BLH plano trãguli CMK. Quę cũ secẽtur à plano circuli AE FD, communes ipsorum sectiones LH, MK erunt paralleli per 16 lib. 11 elem. Cætera vt prius.

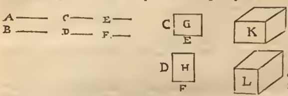
ALITER 21 DEMONSTRARE.



Duo circuli EAC, DBC secent se in puncto C, sumptisque in circulo EAC duobus A, & E punctis, arcus AB, ED perpendiculares ab iis ad circulum DBC demittãtur. Aio sinum arcus DC esse ad sinum arcus BC, vt adscriptam arcus DE ad adscriptam arcus AB. Producantur siquidem arcus BA, ED donec concurrant in F. Et quoniam recti sunt ad D & B anguli, arcus DF, FB erunt quadrantes, per 6 huius. cumque à pũcto D in sphæræ superficie notato educantur duo maximorum circulorum arcus DC, DF, & ab eorũ terminis F & C in eosdẽ reflectãtur arcus CAE, FAB, secantes se in A, ratio sinus arcus DC ad sinum arcus CF, componetur per 18 huius, ex ratione sinus arcus DE ad sinum arcus EF. Hoc est, per 1. coroll. 15. lib. 2. ex ratione adscriptæ arcus ED ad radium: & ex ratione sinus arcus FA ad sinum arcus AB; hoc est, per idem corollarium, ex ratione radij ad adscriptam arcus AB. At ratio adscriptę arcus DE ad adscriptam arcus AB, ex iisdem etiam componitur. (cum inter adscriptas arcuum DE, AB interpositus sit radius) Ratio igitur sinus arcus DC ad sinum arcus BC, eadem est rationi adscriptæ arcus ED ad adscriptam arcus AB. Quod demonstrandum fuit.

PROPOSITIO 22.

Si fuerint sex lineæ, quarum ratio primæ ad secundam, componatur ex ratione tertiæ ad quartam, & quintæ ad sextam, solidum à prima, quarta, & sexta contentum, æquale erit solido à secunda, tertia, & quinta lineis comprehenso.

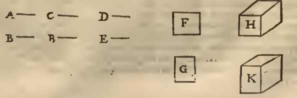


Sũto sex lineę A, B, C, D, E, F. Sitque ratio A ab B cõposita ex ratiõe C ad D, & ex ratione E ad F. Aio solidum quod à rectis A, D, F cõtinetur, ęquale esse solido à rectis B, C, E, quod ita planũ fiet. Ex C in E fiat G. Ex D in F fiat H. Erit igitur ex 25 lib. 6 elem. ratio rectanguli G ad rectangulũ H. cõposita ex ratione C ad D, & ex ratione E ad F. At ex iisdẽ cõponitur etiã ratio A ad B. vt igitur A ad B, sic G ad H. Rursus ex A in H fiat parallelepipedum L. Ex B autem in G parallelepipedum K. Quoniam igitur vt basis parallelepipedi K, ad basim parallelepipedi L. nimirũ G ad H, sic altitudo parallelepipedi L ad altitudinẽ parallelepipedi K, hoc est A ad B. suntque parallelepipedorũ bases altitudinibus suis reciproce proportionales: parallelepipeda L, K, erunt æqualia per 34 lib. 11 elem. Quod demonstrandum fuit.

PROPOSITIO 23

Si fuerint sex lineæ, quarum ratio primæ ad secundam, componatur ex ratione tertiæ ad quartam, & quintæ ad sextam, si eadẽ linea in vtroque ordine reperitur, hoc est & eo qui continet primam, quartam, & sextam, & eo qui constat ex 2, 3 & quinta. Ea vtrinque abiecta, rectangulum comprehensum à reliquis duabus vnius ordinis, æquatur ei quod continetur à reliquis duabus alterius.

Esto



Esto itáque ratio A ad B composita ex ratione C ad B, & ex ratione D ad E. Vnius ordinis sunt A prima, B quarta, E sexta. Alterius, B secunda, C tertia, D quinta. In vtroque autem ordine inuenitur eadem quãtitas B. Qua vtrinque reiecta, restant ex vno ordine A & E. Ex altero, C, & D. Et esto rectangulum à rectis A, E, comprehensum G. Rectangulum vero comprehensum à rectis C & D, esto F. Aio rectangula F & G esse æqualia. Etenim linea B ducta in F, gignat H: ducta in G, gignat K. Solida igitur H, K erunt æquealta perfabricam: sed & æqualia, per antecedentem: ergo & ipsorum quoque bases æquales per 32 lib. 11 elem. hoc est rectangula F, G. Quod demonstrandum fuit.

PROPOSITIO 24

Contra si solidum à prima, quarta, & sexta lineis contentum, æquale fuerit solido quod à 2, 3, & 5 lineis producitur, ratio primæ ad secundam componetur ex rationibus tertiæ ad quartam, & quintæ ad sextam.

Repetito enim diagrammate 22 propositionis, solidum L à rectis ADF æquale sit solido K à rectis B, C, E comprehẽso. Aio rationem A ad B componi ex ratione C ad D, & E ad F. Nam quia solida K, L sunt æqualia, ideirco bases per 34 lib. 11 elem. erunt altitudinibus suis reciprocæ. Nimirum solidi K basis erit ad basim solidi L, hoc est G ad H, sicut altitudo solidi L, ad altitudinem solidi K. scil. A ad B. Cumque ratio rectanguli G ad rectangulum H, componatur ex ratione C ad D, & E ad F, vt patet per 25 lib. 6 elem. Erit & ratio quoque A ad B composita ex ratione C ad D, & E ad F. Quod demonstrandum fuit.

COROLLARIVM.

Hinc patet si fuerint sex lineæ, quarum ratio primæ ad secundam componatur ex ratione tertiæ ad quartam, & quintæ ad sextam, eiusmodi rationum compositionem modis 18 variari.

Nam prima, quarta, & sexta lineæ ex quibus fit solidum L, possunt transponi mutatis sedibus sexcuplicitet, manente semper solido L eodem. Similiter & tres quoque lineæ B, C, E. Ex quibus fit solidum K, variantur sexcuplicitet, vnde fiunt modi 36. E quibus 18 bis repetuntur. Ita vt supersint modi tantum 18.

DE TRIANGVLIS SPHÆRICIS RECTANGVLIS.

PRopositum nobis est viam monstrare qua in triãgulis sphæricis rectangulis, trium quorumcunque terminorum, prætet rectum angulum, duobus datis tertium inueniamus: idque per vnicam, vel multiplicationem, vel diuisionem. Quæ ars à maioribus præclare inchoata, nec perfecta, nunc demum absoluta, profertur à nobis. Atque vt hinc ordiamur, In triangulis rectangulis quæsitorum sexcuplex est varietas. Ea siquidem quorum duobus datis tertium quæritur, sunt vel tria latera. Vel basis latus ambiens & angulus non ab eis comprehensus. Vel latus tectum angulum ambiens, & duo anguli. Vel latera ambientia, & vnus angulus. Vel basis, latus ambiens & angulus ab iis comprehensus. Vel basis & duo anguli. De quibus ordine dicemus.

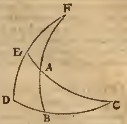
DE TRIBVS LATERIBVS.

PROPOSITIO 25.

Radius est ad sinum complementi vnius ambientium, vt sinus complementi reliqui ambientis, ad sinum complementi basis.

Esto descriptum in sphæræ superficie triangulum ABC, constans ex tribus maximorum circulorum arcubus. Eius rectus sit qui ad B angulus: basis AC, latera vero tectum ambientia AB, BC quadrante minora. Quod in sequentibus quoque theorematibus intelligi velim vitandæ descriptionum multitudinis gratia. Etenim quod in hoc triangulo demonstratum fuerit, pertinere ad omnia triangula sphærica vnicum tectum habentia, deinceps ostendemus. Aio radium esse ad sinum complementi vnius ambientium vt puta ad BC, vt est

sinus complementi reliqui ambientis AB, ad sinum complementi basis AC. Etenim cum latera ambientia AB, BC, quadrante sint ex hypothesi minora, basis AC erit quadrante minor, per primam partē 8 huius. Circulus igitur maximus polo C & interuallo quadrantis descriptus, transiliet arcum CA. Is esto DEF, concurrens cum BA in F. Cum arcubus autem CB, CA, productis, in punctis D & E. Et quoniam anguli qui ad B & D recti sunt: B quidem per hypothesim: D vero & E per primā partem 5, arcus BF, DF, CD, CE. Erunt quadrantes, per 6 huius. Cum igitur duo circuli FD, FB secent se mutuo in F, eorumque ab vno, nempe ab FB, resecti sint duo arcus FA, FB. Et à punctis A & B, demissi sint ad alterum perpēdiculares arcus AE, BD, sinus quadrantis FB, siue radius, erit ad sinum arcus AF, vt sinus arcus BD, ad sinum arcus AF per corollar. 15 huius. Et permutatim, radius erit ad sinum arcus BD, scilicet complementi arcus BC vnius ambientium, vt sinus arcus AF, complementi arcus AB, alterius de ambientibus ad sinum arcus AE, scilicet complementi basis AC. Haud aliter demonstrabimus radium esse ad sinum complementi AB, vt est sinus complementi BC ad sinum complementi AC. Quare radius est ad sinum complementi vnius ambientium, vt sinus complementi reliqui ambientis ad sinum complementi baseos. Quod demonstrandum fuit.



ALITER.

Cum à puncto D in sphæræ superficie signato educti sint duo maximorū circulorum arcus vterque quadrans, DC, DF. Ex C autem & F in eos reflectantur arcus maximorum circulorum CAE, FAB, sese in A secantes. Ratio sinus arcus CD, hoc est radij, ad sinum arcus DE, id est ad sinum complementi BC, componetur ex ratione sinus quadrantis CE, id est radij, ad sinum arcus EA, id est complementi arcus AC. Et ex ratione sinus arcus AF, complementi arcus AB ad radium, per 17 huius.

Et quoniam in vtroque ordine eadē inuenitur linea, scil. Radius, ea vtrinque detracta, restabunt 4 lineæ, quarum quod à radio & sinu complementi AC continetur rectangulum, æquale est rectangulo à sinu complementi BC, & sinu complementi AB comprehenso, per 23 huius. Quare per 2 partem, 16 lib. 6 elem. Quatuor rectæ erunt proportionales, vt igitur radius ad sinum complementi BC, ita sinus complementi AB est ad sinum complementi AC. Quod demonstrandum fuit

Ratio composita.	Rationes componentes	
Radius	Radius	Sin. A F 1,
Sin. DE, id est,	Sinus E A 1,	Sin, compl. AB
Sin, compl. BC	Sin. compl. AC	Radius.

ALITER.

Cum ratio radij ad sinū cōplementi BC cōponatur per 17 huius ex ratione radij ad sinū complementi AC, & ex ratione sinus complementi AB ad radium. Ergo rationibus componentibus transpositis, Ratio radij ad sinum complementi BC, componetur ex ratione sinus complementi AB ad radium, & ex ratione radij ad sinum complementi AC. At ex eisdem componitur quoque ratio sinus complementi AB ad sinum complementi AC (cum inter eos sinus interiectus sit radius) Radius igitur est ad sinum complementi BC, vt sinus complementi AB ad sinum complementi AC.

COROLLARIVM.

Ex hac sequitur, Datis duobus trianguli sphærici rectanguli lateribus, dari tertium.

In triangulo ABC dentur duo latera rectum ambientia AB, BC, basis AC est inuenienda. Erit igitur ex hoc theoremate Radius ad sin. compl. BC, vt sinus compl. AB ad sin. compl. AC. Horum tria data sunt, ergo quartum dabitur, nimirum sinus compl. AC, & complementum arcus AC, per canonem sinuum, ipseque AC arcus. Quod si duo latera AB, AC dentur, quæratur autem tertium BC, ex hoc eodem theoremate, sinus complementi AB erit ad sinum complementi AC, vt radius ad sinum complementi BC. Quorum cum tria data sint, quartum dabitur, nimirum sinus complementi BC, & per canonem sinuum, complementum arcus BC, ipseque BC arcus. Eodem modo datis AC, BC, inueniemus AB.

Exemplum

Exemplum. Sit AB 11 g̃.40 m̃ BC 27 g̃.50 m̃. Et esto arcus AC inueniendus. Ex superiori theoremate. Radius ad est sinum compl. BC, vt sinus compl. AB ad sinum complementi AC. Radius autem est 1 sex. ĩ. Et quoniam arcus BC est 27 g̃. 50.m̃ ,eius complementum 62 g̃. 10 m̃. sinus 53 g̃.3 m̃. 31 2̃. Arcus autem AB est 11 g̃.40 m̃. complementum,78 g̃.20 m̃. sinus 58 g̃.45 m̃.37 2̃. Secũdo in tertium ducto, prodeunt 51 g̃.57 m̃. 44 2̃. Quibus per primum diuisis, existit quotus 51 g̃. 57 m̃.44 2̃. (Generaliter siquidem, numerus omnis per 1 sex. ĩ, vel diuisus vel multiplicatus ,idem manet, præterquam quod diuisus quidem ad proxime inferiorem transit speciem, multiplicatus ad superiorem) Atque is quidem quotus,est sinus complementi AC. cuius arcus ex can. sinuum est 60. Restat ergo AC 30.

¶ Detur iam AB 11 g̃.40 m̃. AC 30. Quæritur BC. Erit igitur ex hoc theoremate, sinus complemen. AB ad sinũ compl. AC, vt radius ad sinum complementi BC. Est autem sinus compl. AB 58 g̃. 45 m̃. 37 2̃. Sinus compl. AC 51 g̃. 57 m̃. 44 2̃. Radius 1 sexa. ĩ. Facta secundi per tertium multiplicatione,& producti in primum diuisione, quotus est 53 g̃.3 m̃.31 2̃. Nimirum sinus compl. BC. Cuius arcus 62 g̃.10 m̃. BC igitur 27 g̃.50 m̃.

¶ Similiter datis AC, BC inueniemus AB.

Porro vtrum latus trianguli quæsitum, quadrante maius sit, an vero minus, aut angulus recto maior, an minor, consulatur corol. 8 huius, tum in hac propositione, tum in sequentibus. Ex eo enim intelligetur, cum idem sit duorum arcuum semicirculum constituentium sinus. Idem etiam duorum angulorum duobus rectis æqualium, vter ex inuento per argumentationem sinu arcus accipiendus sit, vtrum is qui quadrante maior, an qui eius ad semicirculum residuus. Et vtrum acutus angulus, an qui ad duos rectos residuus. Complementum quoque (quod semper quadrante minus est) addendum ne sit, an detrahendum quadranti, vt habeatur quæsitus arcus. Et recto angulo adiiciendum, an ab eo auferendum, vt consurgat ignotus angulus. Illud quidem certe est perpetuum, Si arcus sit quadrante maior, eius complem. esse adiiciendum quadranti, vt confletur arcus. Si minor, detrahendum. Idem de complementis angulorum intelligatur.

PTOLEMAICA METHODVS.

Quoniam in duas maximorum circulorum circunferentias DF, DC, duæ descriptæ sunt, CE, FB, secantes se inuicem in A. Ratio sinus quadrantis CD, hoc est radij, ad sinum DB, componitur ex ratione sinus quadrantis CE, siue radij, ad sinum arcus EA,& ex ratione sinus arcus AF, ad sinum quadrantis FB, id est ad radium.

Si igitur datis AB, BC arcubus quæritur AC. Ex datis quidem arcubus AB, BC, dabuntur eorũ complementa BD, AF. ipsorumque sinus, ex canone sinuum. Quare si ex data ratione radij ad sinũ arcus DB, auferamus rationẽ sinus AF ad radiũ, datã & ipsam quoque. Restabit ratio radij ad sin arcus AE data. Datus est radius, dabitur ergo sinus arcus AE, & per can. sinuũ arcus AE, & residuus ad quadrantem scil. AC. Quòd si ex datis AC, BC quæritur arcus AB. Dabuntur arcuum, AC, BC complementa AE, BD ipsorumque sinus ex can. sinuum. Quamobrem si ex data ratione radij ad sinum arcus DB, tollatur ratio radij ad sinum arcus AE, quæ data est, restabit ratio sinus arcus AF ad radium data. Datus autem est radius. Dabitur ergo sinus AF, & per can. sinuum arcus AF, residuusque ad quadrantem, scil. AB. Haud aliter datis AB, AC, dabitur BC. Si productis arcubus, AC AB versus C & B puncta, donec fiant quadrantes, polo A & interuallo vnius quadrantum describatur arcus maximi circuli, qualis ante fuit arcus DEF. Aut etiam manente eadem descriptione. Quia ratio radij ad sinum arcus DB, componitur ex ratione radij ad sinum arcus EA, & ex ratione sinus arcus AF, ad radium. Ex datis autem AC, AB, dantur eorum complementa AE, AF, ipsorumque sinus. Si ratio radij ad sinum EA, & ratio sinus AF ad radium, quæ ambæ datæ sunt componantur, existet ratio radij ad sinum DB data. Datus est radius, dabitur ergo sinus DB, ipseque DB arcus ex canone sinuum, eiusque ad quadrantem residuus, BC.

Exemplum. Esto vt prius AB 11 g̃. 40 m̃. BC 27 g̃. 50 m̃. Quæritur AC. Sinus DB est 53 g̃. 3 m̃. 31 2̃. Sinus AF 58 g̃. 45 m̃. 37 2̃. Si igitur ex ratione 1 sexag. ĩ ad 53 g̃. 3 m̃. 31 2̃. auferatur ratio 58 g̃. 45 m̃. 37 2̃. ad 1 sexag. ĩ, restabit ratio 1 sex. ĩ ad 51 g̃.57 m̃. 44 2̃. hoc est radij ad sinum arcus AE. Et quoniam radius est 1 sexag. ĩ, sinus arcus AE erit 51 g̃.57 m̃.44 2̃. Arcus igitur AE ex can. sinuum erit 60. Reliquus AC 30.

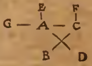
¶ De integro esto AB 11 g. 40 m. AC 30. At sin. AE est 51 g. 57 m. 42 2. sinus AF 58 g. 45 m. 37 2. Si igitur ratio radii ad 51 g. 57 m. 42 2. & ratio 58 g. 45 m. 37 2. ad 1 sex. 1 componātur, gignetur ratio 58 g. 45 m. 37 2. ad 51 g. 57 m. 42 2. hoc est, ratio radii ad sinum arcus DB. Huic autem rationi eadem est ratio 1 sex. 1. ad 53 g. 3 m. 30 2, estque radius 1 sex. 1. Sinus igitur DB erit 53 g. 3 m. 30 2. Quare DB ex cap. sinuum erit 62 g. 10 m. Restat igitur BC 27 g. 50 m.

Hæc Ptolemæi est ratio, nisi quod quæ ille per chordas pluribus, nos per sinus paucioribus exequimur. Consimili sane breuitate, atque ex triangulis sphæricis in 25, 26 & 27 propositione. Intelligetur tamen ex 28, 29 & 30, quantopere nostra ratio sit expeditior & compendiosior tum Ptolemaica, tum cæteris omnibus.

¶ Quoniam autem facta hic fuit mentio subductionis rationum, doceamus

Datarum rationum vnam ex altera auferre.

Rationum nanque additionem, siue compositionem hoc loco missam facio, cum ea ex ipsa definitione quæ est ; lib. 6 elem. facile intelligatur. Si enim rationes aliquot in vnam fuerint componendæ, multiplicatis inter se antecedentibus datarum rationum, fit antecedens rationis compositæ: Et multiplicatis consequentibus, consequens. Dicamus igitur quemadmodum rationum vnius ab altera facienda sit subductio. Esto igitur ratio C ad D auferenda ex ratione A ad B, & residua inuenienda, Duco D in A & fiat E. Item B in C & fiat F. Aio residuā fore rationem E ad F. Ducatur C in A & fiat G. Quoniam igitur C ductum in A gignit G: ductum in B, gignit F, erit vt A ad B sic G ad F. Eadem ratione cum A ductum in C gignat G, ductum in D gignat E, erit vt C ad D sic G ad E. At inter G & F interposito E, ratio G ad F componitur ex ratione G ad E, & E ad F. Si igitur ex ratione G ad F, hoc est A ad B, auferatur ratio G ad E, hoc est C ad D, residua erit ratio E ad F. Quod demonstrandum fuit.



ALITER.

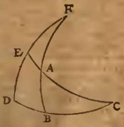
Ducatur B in C & fiat E. Diuidatur E in D & esto quotus F. Dico igitur reliquam fore rationem A ad F. Erit enim vt D ad C sic B ad F, & conuersim F ad B vt C ad D. Inter A igitur & B interposito F, ratio A ad B componetur ex ratione A ad F & F ad B, id est C ad D. Si igitur ex ratione A ad B auferatur ratio F ad B, id est C ad D, restabit ratio A ad F. Quod propositum fuit.

DE BASI, LATERE AMBIENTE, ET ANGVLO NON AB EIS COMPREHENSO.

PROPOSITIO 26.

In triangulo sphærico rectangulo, omnium laterum sinus ad sinus angulorum eis oppositorum easdem habent rationes.

Retenta eadem diagrapha, aio sinum arcus AC esse ad sinum anguli ABC sibi oppositi, vt est sinus arcus AB, ad sinum anguli C, & sinus arcus BC, ad sinum anguli BAC. Cum enim duobus maximorum circulorum arcubus EC, DC se se in C secātibus, ab vno ipsorum EC educti sint ad reliquum duo perpendiculares arcus AB, ED, erit vt sinus arcus AC ad sinum quadrantis EC, siue recti anguli ABC, sic sinus arcus AB ad sinum arcus ED, hoc est, ad sinum anguli C, per coroll. 15 huius. Eodem modo demonstrabimus productis arcubus AC, AB versus puncta B & C donec fiant quadrantes &c. Sinum arcus AC esse ad sinum anguli ABC recti, vt est sinus arcus BC ad sinum anguli BAC. Vt igitur sinus arcus AC ad sinum anguli ABC recti, sic sinus arcus AB ad sinum anguli C: & sinus arcus BC ad sinum anguli BAC. In triangulis igitur sphæricis rectangulis, omnium laterum sinus ad sinus angulorum eis oppositorum easdem habent rationes. Quod d. fuit.



ALITER

ALITER

In eadem descriptione. Ratio sinus quadrantis FD, siue radij, ad sinum arcus DE, componitur ex ratione sinus quadrantis FB, siue radii, ad sinum arcus BA, & ex ratione sinus arcus AC, ad sinum quadrantis CE, siue ad radium, per 17 huius. Et abiectis æqualibus ex vtroque ordine, nimirũ vno radio, Restabunt quatuor lineæ per 23 huius & 16 lib. 6 elem. proportionales. Eritque sinus AC ad radium,

Ratio composita.	Rationes componentes.	
Radius	Radius	Sin. AC
Sin. DE hoc est,		
Sin. anguli C.	Sin. BA	Radius.

hoc est ad sinum anguli ABC recti, vt sinus AB ad sinum anguli C. Eodem modo demonstrabimus esse & in eadem quoque ratione sinum arcus BC ad sinum anguli BAC. Quare in triang. sphæricis rectang. &c.

ALITER

Cum per 17 huius ratio radii ad sinum arcus DE, id est ad sinum anguli C, componatur ex rationibus radii ad sinum arcus BA, & sinus arcus AC ad radium. Eadem (rationibus componentibus transpositis) componetur ex rationibus sinus AC ad radium, & radii ad sinum BA. Ex quibus itidem componitur ratio sinus AC ad sinum BA: (Quippe radio iis interposito) Vt igitur sinus AC ad sinum BA, sic radius ad sinum anguli C. Et permutatim, vt sinus AC ad radium, siue ad sinum anguli ABC recti, sic sinus AB ad sinum anguli C. Eodem modo demonstrabimus esse & in eadem pariter ratione sinum arcus BC ad sinum anguli A. Quod demonstrandum fuit.

COROLLARIVM.

Hinc colligimus, si horum trium, basis, lateris ambientis, & anguli non ab iis comprehensi, duo quælibet dentur, dari tertium.

In eodem ABC triangulo detur basis AC, & latus ambiens AB. Quæritur angulus non ab iis comprehensus C. Erit igitur ex hoc theoremate sinus arcus AC ad sinum anguli ABC recti, siue ad radium, vt sinus AB ad sinum anguli C. Horum datis tribus primis, quartum dabitur, nimirum sinus anguli C, & ex can. sinuum angulus C.

¶ Quod si datis AB & C, quæratur arcus AC. Erit ex hoc theoremate & conuersa ratione sinus anguli C, ad sinum arcus AB, vt sinus anguli ABC recti, siue radius, ad sinum arcus AC. Horum datis tribus primis, quartum dabitur, nimirum sinus arcus AC, & ex canone sinuũ arcus AC, eiusue complementum. Monuimus enim ad coroll. 8 huius, non dari diserte & distincte alterum, nisi detur vel species anguli BAC, vel vtrum latus AC, aut BC sit quadrante maius an minus.

¶ Ad extremum, si datis AC & C, quæratur AB. Erit ex hoc theoremate & conuersa ratione, sinus anguli B recti, hoc est radius, ad sinum arcus AC, vt sinus anguli C ad sinum arcus AB. Dabitur ergo ex tribus primis datis quartum, scil. sinus AB, & ex canone sinuum arcus AB.

Exemplum. Sit AB 11 g̃. 40 m̃. AC 30. Quæritur angulus C. Erit igitur sinus AC, ad sinum anguli B recti, hoc est ad radium, vt sinus AB ad sinum C. Est autem sinus AC 30, radius 1 sex. 1' sinus AB 12 g̃. 7 m̃ 59 2̃. Multiplicatione & diuisione absolutis, nascitur quartus 24 g̃. 15 m̃. 58 2̃. Qui sinus est anguli C. Ergo angulus C (vt qui acutus sit, per 1 partem 7, propterea quod arcus AB est quadrante minor) erit 23 g̃. 51 m̃. 20 2̃. Similiter in reliquis operabimur. Sed si daris AB & C, quæritur arcus AC. Erit vt sinus anguli C ad sinum arcus AB, hoc est 24 g̃. 15 m̃. 58 2̃. ad 12 g̃. 7 m̃. 59 2̃. sic sinus anguli B recti, id est radius, ad sinum arcus AC, hoc est ad 30. Si igitur arcus AC dat[illegible] sit quadrante minor, vel ex hypothesi, vel quia arcus BC quadrante minor: aut angulus BAC acutus, arcus AC erit 30 g̃. Si quadrante maior sit, vel ex hypothesi, vel quia arcus BC quadrante maior, aut angulus BAC obtusus, arcus AC erit residuarum ad semicirculum partium 150.

ALITER IVXTA PTOLEMAICAM METHODVM.

Cum ex 17 huius, ratio radii ad sinum arcus DE, id est anguli C, componatur ex ratione radii ad sinum arcus AB, & ex ratione sinus arcus AC ad radium. Si ex dato arcu AC & angulo C, quæritur arcus AB. Arcuum quidem AC, DE sinus dabuntur. Si vero ex data ratione radii ad sinum arcus DE, aufertur ratio sinus arcus AC ad radium, quæ data est. Restabit radii ad sinum arcus BA ratio data. Datus est radius, dabitur ergo sinus arcus BA ipséque arcus AB ex can. sinuum.

¶ Si vero ex datis AB & AC, quæritur angulus C. Si datas rationes radii ad ſinum arcus BA, & ſinus arcus AC ad radium, compoſueris, prodibit ratio radii ad ſinum arcus DE data. Datus eſt radius, datur ergo ſinus arcus DE, ipſeque arcus DE, ſiue angulus C ex can. ſinuum.

¶ Datis autem AB & C, ſi quæritur arcus AC. Ex angulo C dato, hoc eſt arcu DE, itemque ex arcu AB dato, noſcentur per can. ſinuum ſinus arcuum ED, AB. Quare ſi ex ratione radii ad ſinum arcus DE data, tollatur ratio radii ad ſinum arcus AB data, reſtabit data ratio ſinus arcus AC ad radium. Datus eſt radius, dabitur ergo ſinus arcus AC, & per canonem ſinuum arcus AC, modo datum ſit ex hypotheſi, vtrum maior an minor quadrante ſit.

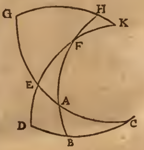
Exemplum. Eſto vt ante angulus C 23 g̃. 51 m̃. 20 ã. Arcus AC 30. Quæritur arcus AB. Sinus anguli C, hoc eſt arcus ED, erit 24 g̃. 15 m̃. 58 ã. ſinus arcus AC eſt 30. Si igitur ex ratione 1 ſex t̃. ad 24 g̃. 15 m̃. 58 ã. tollatur ratio 30 ad 1 ſex. t̃, reſtabit ratio 1 ſex. t̃. ad 12 g̃. 7 m̃. 59 ã. hoc eſt ratio radii ad ſinũ arcus AB. Et quia radiꝰ eſt 1 ſex. t̃, ſinus arcus AB erit 12 g̃. 7 m̃. 59 ã. Arcus igitur AB erit 11 g̃. 40 m̃.

DE LATERE AMBIENTE ET DVOBVS ANGVLIS.

PROPOSITIO 27

In triangulo ſphærico rectangulo, ſinus complementi lateris ambientis, eſt ad ſinum complementi anguli ſibi oppoſiti, vt radius ad ſinum alterius obliqui anguli.

Repetita eadem deſcriptione, Aio ſinum complementi lateris rectum ambientis, vt AB, eſſe ad ſinum complementi anguli C ſibi oppoſiti, vt eſt radius ad ſinum anguli BAC. Polo nanque A & interuallo quadrantis, deſcribatur arcus maximi circuli GHK. Producτis AB, AF vſque ad puncτa G & H, & arcu EF, donec concurrat cum arcu GHK, vt in puncτo K. Eruntque arcus AG, AH quadrantes per fabricam. Arcus autem GK, EK per 5 & 6 huius. Cum igitur duo maximorum circulorum arcus AH, AG ſecent ſe in puncτo A. Atque ab vno ipſorum, nimirum AH, demiſſi ſint ad alterum perpendiculares arcus FE, HG. Erit ex coroll. 15 huius, & permutata ratione, ſinus arcus AF, complemẽti lateris ambientis AB, ad ſinum arcus FE complementi arcus ED, id eſt anguli C, vt ſinus quadrantis AH, hoc eſt radius, ad ſinum arcus HG, hoc eſt, ad ſinum anguli HAG, vel per 4 huius anguli BAC. Simili modo demonſtrabimus, ſinum complementi lateris ambientis BC, eſſe ad ſinum complementi anguli BAC, vt eſt radius, ad ſinum anguli C. Quare in triangulis ſphæricis rectang. ſinus cõplementi & c. Quod demonſt. fuit.



ALITER.

Ex 17 huius, ratio ſinus quadrantis KG id eſt radii, ad ſinum GH id eſt anguli A, componitur ex ratione ſinus quadrantis KE, ſiue radii ad ſinum arcus EF, hoc eſt ad ſinum complementi arcus DE, vel anguli C. & ex ratione ſinus arcus FA, id eſt complementi arcus AB ad radium. Abiectiſque æqualibus, nimirum vno vtrinque radio, reſtabũt per ea quæ ſepe diximus, quatuor lineæ proportionales. Ex quibus ſinus complementi AB, erit ad ſinum complementi C, vt radius ad ſinum anguli A. Eodem modo demonſtrabimus de latere ambiente AC, duobuſque A & C angulis. Quod propoſitum fuit.

Ratio compoſita	Rationes componentes	
Radius	Radius	Sin.compl. AB
Sin.ang. A.	Sin.compl. C	Radius

ALITER.

Cum ratio radii ad ſinum anguli A, componatur ex ratione radii ad ſinum complementi C, & ex ratione ſinus complementi AB ad radium, facta rationum componentium tranſpoſitione, ratio radii ad ſinum anguli A, componetur ex rationibus ſinus complementi AB ad radium, & radii ad ſinum complementi C. Ex quibus item componitur ratio ſinus complementi AB ad ſinum complementi C. Vt igitur ſinus complementi AB, ad ſinum complementi C, ſic radius ad ſinum anguli A. Quod demonſtrandum fuit.

COROL-

COROLLARIVM.

Hinc liquet, si horum trium, lateris ambientis, & duorum angulorum, duo quæuis dentur, dari tertium.

In triangulo ABC detur latus ambiens AB, & angulus A. Quæritur angulus C. Erit igitur ex hoc theoremate radius ad sinum anguli A, vt sinus complementi arcus AB, ad sinum complementi anguli C. Quorum datis tribus primis, quartum dabitur, nempe sinus complementi anguli C, & per can. sinuum complem. anguli C, ipseque C angulus.

¶ Si autem datis AB & C quæritur angulus BAC. Erit ex hoc theoremate sinus complementi AB ad sinum complementi C, vt radius ad sinum anguli BAC. Quartum itaque ex datis tribus primis dabitur, scil. sinus anguli A, & per canonem sinuum angulus A, vel qui eius est ad duos rectos residuus. Nec enim diserte datur angulus BAC, vt demonstrauimus ad corol. 8 huius.

¶ Denique si ex A & C datis quæritur arcus AB. erit ex hoc theoremate & conuersa ratione, sinus anguli A ad radium, vt sinus complementi anguli C, ad sinum complementi arcus AB. Horum datis tribus primis, quartum dabitur, scil. sinus complementi AB, & per can. sinuum compl. arcus AB, ipseque AB arcus. Eadem erit ratio de latere ambiente BC, & duobus A & C angulis.

Exemplum. Sit AB 11 g̃. 40 m̃. Angulus A 69 g̃. 3 m̃. Quæritur angulus C. Erit ergo radius ad sinum anguli A, vt sinus complementi AB ad sinum compl. C. Est autem radius 1 sex. 1̃. Sinus A 56 g̃. 2 m̃. 12 2̃. complementum AB 78 g̃. 20 m̃, eius sinus 58 g̃. 45 m̃. 37 2̃. Multiplicatione ac diuisione peractis, existunt in quoto 54 g̃. 51 m̃. 33 2̃. nimirum sinus cõplementi C. Eius arcus ex can. sinuum est 66 g̃. 8 m̃. 40 2̃. Quare C 23 g̃. 51 m̃. 20 2̃.

PTOLEMAICA METHODVS.

Cum ex 17 huius, Ratio radii ad sinum anguli A, componatur ex rationibus radii ad sinum complementi anguli C, & sinus complementi arcus AB ad radium. Si ex datis A & C angulis, vestigatur arcus AB. Dabuntur quidem sinus anguli A, & sinus complementi anguli C. Si autem ex data ratione radii ad sinum anguli A, auferatur ratio radii ad sinum complementi anguli C. quæ & ipsa quoque data est, reliqua fiet ratio sinus complementi AB ad radium. Datus est radius, dabitur ergo sinus compl. AB. Et per can. sinuum, tum complementum arcus AB, tum ipse AB arcus. Facile est ex his ratiocinari, quemadmodum ex datis AB & C inueniatur angulus A. Et ex datis AB & A, angulus C. Exempla quoque vt in re facili prætermitto.

DE LATERIBVS AMBIENTIBVS, ET ANGVLO OBLIQVO.

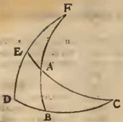
PROPOSITIO 28.

In triangulo sphærico rectangulo, adscripta anguli est ad adscriptam lateris ambientis sibi oppositi, vt radius ad sinum reliqui ambientis.

In eadem descriptione, aio adscriptã anguli C esse ad adscriptam arcus AB sibi oppositi, vt est radius ad sinum arcus BC, alterius de lateribus rectum ambientibus. Nam cum duo maximorum circulorum arcus EC, DC secent se in C, atque ab eorum vno nempe EC demissi sint ad alterum perpendiculares arcus AB, ED. Adscripta arcus ED, hoc est anguli C, erit ad adscriptam arcus AB, vt sinus quadrantis DC, hoc est radius, ad sinum arcus BC, per 21 huius Eodem modo demonstrabimus adscriptam anguli BAC esse ad adscriptam arcus BC, vt est radius ad sinum arcus AB. Quare patet propositum.

ALITER

In eadem descriptione, ratio sinus arcus FE ad sinum arcus ED, componitur per 16 huius, ex ratione sinus arcus FA ad sinum arcus AB, & ex ratione sinus arcus BC ad sinum qua-



drantis CD, siue ad radium. Et quoniam sinus arcus est ad sinum complementi sui, vt radius ad adscriptam complementi per 1 corollar. 15 huius. Ratio radij ad adscriptam arcus ED, hoc est anguli C, componetur ex ratio-

Ratio composita.	Rationes componentes.	
Radius	Radius	Sinus arcus BC.
Adscripta	Adscripta	
anguli C.	arcus AB.	Radius.

ne radij ad adscriptam arcus AB, & ex ratione sinus arcus BC ad radium. Quare abiectis ex vtroque ordine æqualibus, nimirum vno vtrinque radio, restabunt per 23 huius, & a partem 16 lib. 6 elem. quatuor rectæ proportionales. Eritque adscripta anguli C ad adscriptam arcus AB, vt radius ad sinum arcus BC.

ALITER

Cum ratio radii ad adscriptam anguli C, componatur ex ratione radii ad adscriptam arc⁹ AB, & ex ratione sinus arcus BC ad radium. Eadem radii ad adscriptam anguli C ratio, componetur ex rationibus sinus arcus BC ad radium, & radii ad adscriptam arcus AB. Ex quibus etiam componitur ratio sinus arcus BC ad adscriptam arcus AB. Vt igitur radius est ad adscriptam anguli C, sic sinus arcus BC ad adscriptam arcus AB. Et conuersim: vt adscripta anguli C ad radium, sic adscripta arcus AB, ad sinum arcus BC. Et ἐναλλάξ, vt adscripta anguli C ad adscriptam arcus AB, sic radius ad sinum arcus BC. Eodem modo demonstrabimus de duobus arcubus AB, BC, & angulo A. Quod demonstrandum fuit.

COROLLARIVM.

Hinc sequitur, si in triangulo sphærico rectangulo, duo quælibet ex his tribus, nimirum duobus lateribus ambientibus, & vno obliquo angulo data fuerint, dari tertium.

In eodem ABC triangulo, detur latus BC, & angulus C. Quæritur reliquum latus ambiens AB. Erit igitur ex hoc theoremate, radius ad sinum arcus BC, vt adscripta anguli C ad adscriptam arcus AB. Horum datis tribus primis, quartum dabitur, nimirum adscripta arcus AB, Et per canonem adscriptarum, arcus AB.

¶ Quod si datis AB & C, quæratur BC. Erit ex hoc theoremate adscripta ãguli C, ad adscriptam arcus AB, vt radius ad sinum arcus BC. Horum datis tribus primis, quartum dabitur, nimirum sinus BC, & per canonem sinuum, vel arcus BC, vel eius ad semicirculum residuus. Nec enim diserte arcus BC datur, vt demonstrauimus ad coroll. 8 huius. Nisi quid præterea detur.

¶ Sin autem ex datis AB, BC vestigatur C. Erit ex hoc theoremate & conuersa ratione, sinus arcus BC ad radium, vt adscripta arcus AB ad adscriptam anguli C. Horum datis tribus primis, quartum dabitur. nempe adscripta anguli C. Et per canonem adscriptarum angulus C.

Exemplum. Sit BC 27 g̃. 50 m̃. Angulus C 23 g̃. 51 m̃. 20 2̃. Quæritur arcus AB. Erit igitur ex hoc theoremate, radius ad sinum arcus BC, vt adscripta C, ad adscriptam arcus AB. Radius est 1 sex. 1̃. sinus BC 28 g̃. 0 m̃. 50 2̃. Adscripta C 26 g̃. 32 m̃. Peracta secundi per tertium multiplicatione, & producti per primum diuisione, prodit quartus proportionalis 12 g̃. 22 m̃. 56 2̃. scilicet adscripta arcus AB. Est igitur arcus AB ex canone adscriptarum 11 g̃. 40 m̃.

REGIOMONTANI METHODVS.

Tria superiora theoremata authorem Gebrum agnoscunt. Quibus vsus quoque Regiomontanus est. At hoc theorema, duoque sequentia, plane noua sunt. Eorum autem ἀφορμὴν primamque adumbrationem nobis suggessit olim amicus Ioh. Sauilius Anglus, eximius mathematicus. Quemadmodum autem hæc problemata Regiomontanus atque alij ex recentioribus explicare sint soliti, aperiam.

¶ Ex dato igitur arcu BC, & angulo C, latus AB sic vestigant. Primo ex datis, angulum BAC inueniunt, per coroll 27 huius. Deinde per idem corollarium latus AB.

¶ Ex AB autem & C datis, sic vestigant latus BC. Nam per 26 huius, inueniunt arcum AC. Postea ex duobus datis, arcubus AC, AB, inueniunt latus tertium BC per 25 huius.

At ex

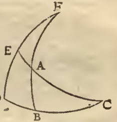
¶ At ex datis AB, BC angulum C sic inueniunt. Primo quidem latus AC inueniunt per 25 huius. Secundo ex datis duobus lateribus AC et AB, angulum C inueniunt per 26 huius. Ita illi duplici opere efficiunt, quod nos simplici.

PTOLEMAICA METHODVS.

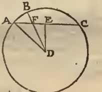
Quia per 16 huius ratio sinus arcus FE ad sinum arcus ED, componitur ex ratione sinus arcus FA ad sinum arcus AB: & ex ratione sinus arcus BC ad sinum quadrantis CD, siue ad radium: Si ex dato arcu AB & angulo C quæritur latus BC, patet ex angulo C dari arcum DE ipsiusque complementum EF. Paritetque ex arcu AB dari arcum AF. Et per canonem sinuũ dari sinus arcuum FE, ED, FA, AB. Quocirca si ex ratione sinus FE ad sinum ED data, auferatur ratio sinus FA ad sinum AB data, restabit ratio sinus BC ad radium data. Datus est radius, dabitur ergo sinus arcus BC, ipseque arcus BC ex canone sinuum. Modo detur species anguli BAC.

Exemplum. Esto enim angulus C 23 ḡ. 51 m̄. 20 2̄. Arcus AB 11 ḡ. 40 m̄. Quæritur arcus BC. Erit igitur arcus ED 23 ḡ. 51 m̄. 20 2̄. EF 66 ḡ. 8 m̄ 40 2̄. sinus FE 54 ḡ. 52 m̄. 27 2̄. sinus ED 24 ḡ. 15 m̄. 57 2̄. Arcus autem AF erit 78 ḡ 20 m̄. Eius sinus 58 ḡ. 45 m̄. 37 2̄. sinus arcus AB 12 ḡ. 8 m̄, Si igitur ex ratione 54 ḡ. 52 m̄. 27 2̄. ad 24 ḡ. 15 m̄. 57 2̄. auferatur ratio 58 ḡ. 45 m̄. 37 2̄. ad 12 ḡ. 8 m̄. restabit ratio sinus arcus BC ad radium: nimirum ratio 11 ḡ 5 m̄. 48 2̄. ad 23 ḡ. 45 m̄. 52 2̄. Cui rationi eadem est ratio 28 ḡ. 1 m̄. ad 1 sex. 1̄. estque radius 1 sexag. 1̄. Sinus igitur arcus BC erit 28 ḡ. 1 m̄. Eiusque arcus BC ex can. sinuum 27 ḡ. 50 m̄. Si arcus AC fuerit quadrante minor. Secus, residuarum erit ad semicirculum partium.

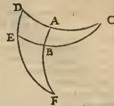
Si vero ex datis BC & C quæritur arcus AB. Ex dato quidem arcu BC, datur & ipsius quoque sinus. Angulo autem C dato, datur vterque arcuum DE, EF ipsorumque sinus ex canone sinuum. Si igitur ex ratione sinus FE ad sinum ED data, auferatur ratio sinus BC ad radium data itidem, relinquetur ratio sinus FA ad sinum AB data. Quoniamque arcus FB datus (est enim quadrans) diuisus est in duos FA, AB, quorum sinus rationem habent datam, vterque eorum dabitur per 12 huius.



Exemplum. Maneat vt ante BC 27 ḡ. 50 m̄. Angulus C 23 ḡ. 51 m̄. 20 2̄. Eritque sinus arcus FE 54 ḡ. 52 m̄. 27 2̄. Sinus arcus ED 24 ḡ. 15 m̄. 57 2̄. Sinus arcus BC 28 ḡ. 1 m̄. Quare si ex ratione 54 ḡ. 52 m̄. 27 2̄. ad 24 ḡ. 15 m̄. 57 2̄ auferatur ratio 28 ḡ. 1 m̄. ad 1 sex. 1̄, restabit ratio 54 ḡ. 52 m̄. 27 2̄ ad 11 ḡ. 19 m̄. 51 2̄. hoc est ratio sinus arcus FA, ad sinum arcus AB. At quoniam neuter horum arcuum FA, AB datur, confugiendum est ad 10 huius. Itaque repetito diagrammate 10 propositionis, esto in proposito circulo quadrans ABC. Cuius arcus quidem AB sit æqualis arcui AB. Arcus vero BC arcui AF. Ergo cum ratio sinus arcus AB ad sinum arcus BC, in præsenti diagrãmate inuenta sit vt 11 ḡ. 19 m̄. 51 2̄. ad 54 ḡ. 52 m̄. 27 2̄. talis erit & rectæ AF ad rectã FC ratio. Quamobrem recta AE erit ad FE semissem differentiæ ambarum. vt 11 ḡ. 19 m̄. 51 2̄. ad 21 ḡ. 46 m̄. 18 2̄. Ergo tota AE ad FE, vt 33 ḡ. 6 m̄. 9 2̄. ad 21 ḡ. 46 m̄. 18 2̄. Qualium ergo AE (vt adscripta anguli ADE 45 partium) est ex canone adscriptarum 1 sex. 1̄. (est enim arcus quidem ABC 90 ḡ. eius vero semissis, hoc est angulus ADE 45) talium recta FE erit 39 ḡ. 27 m̄. 44 2̄. eiusque arcus, siue angulus EDF, erit ex canone adscriptarum 33 ḡ. 20 m̄. qui detractus ex 45, relinquit 11 ḡ. 40 m̄. AC tantus est angulus FDA, hoc est arcus AB quæsitus. Hic demonstratis ante compendiis vsi sumus. Alioquin longe operosior fuisset quæsiti inuentio. Verum quod nos hic per theorema κατὰ διαίρεσιν inuenimus, Theõ. lib. 6 μεγ. συν. τεξ. capite περὶ τῶν ἐκλειπτικῶν ὅρων ἡλίου καὶ σελήνης, per theorema κατὰ σύνθεσιν expedit (quòd vbicunque locus est theoremati κατὰ διαίρεσιν, ibidem & theoremati quoque κατὰ σύνθεσιν ex coroll. 17 huius) ad hunc modum. Centro C & interuallo quadrantis maximi circuli describatur arcus DEF, productis arcubus CA, CB donec cum ipso concurrant in punctis D & E. Producantur & arcus AB, DE versus B, & E puncta, donec concurrant in F.

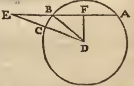


Arcus igitur EF, BF erunt quadrantes per 5 & 6 huius. Per 17 vero, ratio ſinus arcus FD ad ſinum arcus DE, componitur ex ratione ſinus arcus FA ad ſinum arcus AB: & ex ratione ſinus arcus BC ad ſinum quadrantis CE, ſiue ad radium. Si igitur ex data ratione ſinus arcus FD ad ſinum arcus DE, auferamus rationem ſinus arcus BC ad radium, quæ data eſt: reſtabit ratio ſinus arcus FA ad ſinum arcus AB data. At quoniam neuter arcuum FA, AB datur. Data tamen ipſorũ eſt differentia arcus BF, qui quadrans eſt. Et ratio ſinuum eorundem arcuum. Idcirco vterque dabitur per 12 huius. Dabitur ergo arcus AB quæſitus. Verum



quo melius intelligatur quàm moleſtus quàmque multiplex fuerit veterum calculus, quã tum contra hęc afferar ars compendii, Theonis inueſtigationem arcus AB ex duobus BC & C datis, proferam.

Eſt igitur Theoni in ſupradicto loco, angulus quidem C, 5 partium. Arcus autem BC 10 g̃. 36 m̃. Cumque arcus quidem FE ſit 90 g̃. arcus vero ED 5. (totidem nanque partium eſt angulus C) Arcus FD erit 95. Eius ſinus 59 g̃. 46 m̃. 18 2̃. Sinus arcus ED 5 g̃. 13 m̃. 46 2̃. Sinus arcus BC 11 g̃. 2 m̃. 13 2̃. radius 1 ſex Ī. Si igitur ex ratione 59 g̃. 46 m̃. 18 2̃. ad 5 g̃. 13 m̃. 46 2̃. auferatur ratio 11 g̃. 2 m̃. 13 2̃. ad 1 ſex. Ī, reſtabit ratio 11 ſex. Ī. 25 g̃ 47 m̃. 23 2̃. ad 11 g̃. 2 m̃. 13 2̃. hoc eſt ratio ſinus FA ad ſinum AB. Sed quia neuter arcuum FA, AB datus eſt, Datur tamen eorum differentia arcus FB qui quadrans eſt, idcirco confugiendum eſt ad 12 huius. Exponatur ergo figura 12 propoſitionis huius. Sitque arcus AB æqualis arcui FB. Arcus BC arcui AB. Totus ergo ABC, toti FBA æqualis erit. Cumque ratio ſinus arcus AC ad ſinum arcus CB, data ſit, nempe vt 11 ſex. Ī. 25 g̃. 47 m̃. 23 2̃. ad 11 g̃ 2 m̃. 13 2̃. erit & recta quoque AE ad rectam EB, vt 11 ſex. Ī. 25 g̃ 47 m̃. 23 2̃. ad 11 g̃. 2 m̃ 13 2̃. Ergo & AB ad BE erit vt 11 ſex. Ī. 14 g̃. 45 m̃. 10 2̃. ad 11 g̃. 2 m̃. 13 2̃. Et FB ad BE, vt 5 ſex. Ī. 37 g̃ 22 m̃. 35 2̃. ad 11 g̃ 2 m̃. 13 2̃. Et quoniam arcus AB eſt 90, ſemiſſis ipſius 45. Eius ſinus, hoc eſt BF, 42 g̃. 25 m̃. 35 2̃. Erit & BE talium 1 g̃. 23 m̃. 16 2̃. totaque FE 43 g̃ 48 m̃. 51 2̃. Cumque rectus ſit BFD angulus. Angulus autem FDB recti dimidius, (eſt enim 45) reliquus FBD erit itidem recti dimidius. Quare rectæ BF, FD erunt æquales. Eſt igitur FD 42 g̃ 25 m̃ 35 2̃. Quadrata autem ab EF, FD, æqualia ſunt quadrato rectæ ED. Cum igitur quadratum ab EF ſit 31 ſex. Ī. 59 g̃. 40 m̃. 52 2̃. Quadratum ab FD 29 ſex. Ī. 59 g̃. 59 m̃. 54 2̃. Erit quadratum ab ED 61 ſex. Ī. 59 g̃. 40 m̃. 46 2̃. Ipſaque ED 1 ſex. Ī. 0 g̃. 59 m̃. 50 2̃. Qualium igitur ED, vt radius eſt 1 ſex. Ī. talium recta EF erit 43 g̃. 5 m̃. 53 2̃. Et ex can. ſinuum angulus EDF 45 g̃. 55 m̃. Cumque BDF ſit 45 g̃. reſtabit angulus BDC, hoc eſt arcus BC, (cui æqualis eſt in antecedenti diagrapha arcus AB quæſitus) 0 g̃ 55 m̃. fere.



¶ At ſi ex datis AB & BC quæritur angulus C, repetito huius propoſitionis primo diagrammate, dabuntur quidem arcus FA, AB eorumque ſinus, & ſinus arcus BC. Si vero datas rationes ſinuum arcus FA ad arcum AB, & arcus BC ad radiũ componamus, prodibit ratio ſinus arcus FE ad ſinum arcus ED data. Quare cum arcus FD notus (quadrans enim eſt) diuiſus ſit in duos arcus FE, ED, quorum ſinus rationem habent datam, vterque eorum dabitur per 12 huius. Ex arcu autem ED dato, dabitur angulus C quæſitus.

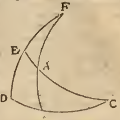
DE BASI, LATERE AMBIENTE, ET ANGVLO AB EIS COMPREHENSO.

PROPOSITIO 29.

In triangulo ſphærico rectangulo, adſcripta baſis eſt ad adſcriptam ambientis, vt radius ad ſinum complementi anguli ab ijs comprehenſi.

Retento diagrammate ſolito, dico adſcriptam arcus AC eſſe ad adſcriptam arcus BC, vt eſt radius ad ſinum complementi anguli C. Nam quia duo maximorum circulorum arcus EB, FD ſecant ſe in F, atque ab eorum uno, nempe FB, deducti ſunt ad reliquum perpendiculares

culares arcus BD, AE, adſcripta arcus BD erit ad adſcriptam arcus AE, hoc eſt per 20 lib. 2 ad ſcripta arcus AC ad adſcriptam arcus CB, ſicuti ſinus quadrantis DF, hoc eſt radius, ad ſinum arcus FE, hoc eſt ad ſinum complementi anguli C, per 21 huius. Eodem modo demonſtrabimus adſcriptam arcus AC eſſe ad adſcriptam arcus AB, ſicuti radius eſt ad ſinum complementi anguli A. Quare in triangulo ſphærico rectangulo adſcripta baſis eſt ad adſcriptam ambientis, vt radius ad ſinum complementi anguli ab iis comprehenſi. Quod demonſtrandum erat.



ALITER.

In eadem deſcriptione, ratio ſinus CB ad ſinum BD, hoc eſt (per 1. coroll. 15. lib. 2.) adſcriptæ arcus CB ad radium, componitur ex ratione ſinus arcus CA ad ſinum arcus AE, hoc eſt, per idem coroll. 15. lib. 2. ex ratione adſcriptę arcus CA ad radium, & ex ratione ſinus arcus EF, nimirum complementi anguli C, ad radium. Et abiectis ex vtroque ordine æqualibus, nimirum vno vtrinque radio, reſtant per 23 huius & 2 partem 16 lib. 6 element. quatuor rectæ pro portionales.

	Ratio compoſita	Rationes componentes	
	Adſcripta CB	Adſcrip. CA	Sin. FE 1,
			Sin. compl. C.
	Radius	Radius	Radius.

Quarum adſcripta arcus CA, eſt ad adſcriptam arcus CB, vt radius ad ſinum complementi C. Eodem modo demõſtrabimus de tribus AC, AB, A. Quod propoſitum fuit.

ALITER.

Quia per 20 huius ratio ſinus EA ad ſinum AB componitur ex ratione ſinus CB ad ſinum BD, & ex ratione ſinus quadrãtis, hoc eſt, ex ratione radii ad ſinum FE. Idcirco per 1. coroll. 15 lib. 2 Ratio adſcriptæ CA ad radium, cõponetur ex ratione adſcriptę CB ad radium, & ex ratione radij ad ſinum FE, hoc eſt ad ſinum complementi anguli C. At ex iiſdem componitur quoque ratio adſcriptæ arcus CB ad ſinum complemẽti anguli C. Vt igitur adſcripta CA eſt ad radium, ſic adſcripta arcus CB ad ſinum complementi anguli C. Et permutatim, vt adſcripta baſis CA eſt ad adſcriptam lateris ambientis CB, ſic radius ad ſinum complementi anguli C. Eodem modo demonſtrabimus de tribus AC, AB. A. Quare patet propoſitum.

COROLLARIVM.

Hinc liquet, ſi horum trium, baſeos, lateris ambientis, & anguli ab iis comprehenſi, duo quævis dentur, dari tertium.

In eodem ABC triangulo detur baſis AC, latuſque ambiens BC. Quæritur angulus C. Erit igitur ex hoc theoremate, adſcripta baſis AC ad adſcriptam lateris ambientis CB, vt radius ad ſinum complementi C. Horum datis tribus primis, quartum dabitur. Nimirum ſinus complementi C. ipſumque complementum per can. ſinuum, & angulus C.

¶ Si datis AC & C, quæritur BC, ex eodem theoremate, radius erit ad ſinum complementi C, vt adſcripta AC ad adſcriptam BC. Horum datis tribus primis, quartum dabitur. Nempe adſcripta arcus BC. Et per canonem adſcriptarum arcus BC.

¶ Quod ſi BC, detur & angulus C, quęratur autem AC, erit ex hoc theoremate, & conuerſa ratione, ſinus complementi anguli C ad radium, vt adſcripta BC ad adſcriptam AC. Ex datis igitur tribus primis quartum dabitur, & per can. adſcriptarum arcus AC.

Exemplum. Sit AC 30. Angulus C 13 g̃. 51 m̃. 20 2̃. Quæritur BC. Quoniam ergo radius eſt ad ſinum complementi C, vt adſcripta AC ad adſcriptam CB. Eſt autem radius 1 ſex. 1̃. Complementum anguli C 66 g̃. 8 m̃. 40 2̃. Eius ſinus 54 g̃. 52 m̃. 26 2̃. Adſcripta AC 34 g̃. 38 m̃. 27 2̃. Facta multiplicatione & diuiſione prodeunt in quoto 31 g̃. 40 m̃. 52 2̃. vtique adſcripta BC. Quare BC erit ex can. adſcriptarum 27 g̃. 50 m̃.

REGIOMONTANI METHODVS.

Ex datis AC & BC arcubus, vt angulum C inueniat. Primo quidem per 25 huius inuenit latus AB: deinde per 26 huius angulum C.

¶ Vt vero ex datis AC & C inueniat BC. Primo quidem per 26 huius inuenit arcum AB. Ac deinde per 25 huius, tertium latus BC.

¶ Ex BC autem & C, latus AC sic perquirit. Vestigat per 27 huius angulum A. & per 26 huius latus AC. Omnia dupliciab eo fiunt opere. A nobis, vnico.

PTOLEMÆI METHODVS.

Ex 16 huius, ratio sinus CB ad sinum BD, componitur ex ratione sinus CA ad sinum AE. Et ex ratione sinus EF ad sinum quadrantis FD. hoc est ad radium. Si ergo datis AC, BC, quæritur angulus C. Ex AC & BC datis, dabuntur eorum complementa AE. BD. Sinusque arcuum CB, BD, CA, AE. Quare si ex ratione sinus CB ad sinum BD data, tollatur ratio sinus CA ad sinum AE data, restabit ratio sinus EF ad radium data. Datus est radius, dabitur ergo sinus arcus EF. & per can. sinuum arcus EF. reliquusque ED, hoc est, angulus C.

¶ Quod si ex datis AC & C quæritur arcus BC. Dabuntur vt prius sinus arcuum CA, AE. Et arcuum EF, FD. Quorum rationes datæ si componantur, conflabitur ratio sinus arcus CB ad sinum arcus BD data. Quare cum arcus CD datus sit, dabitur & CB per 12 huius.

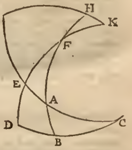
¶ Denique ex datis BC & C. dabitur arcus AC. Nam si ex ratione sinus arcus CB ad sinum arcus BD data, auferatur ratio sinus arcus FE ad radium data, restabit ratio sinus arcus CA, ad sinum arcus AE data. Et quoniam arcus EC datus est, vt pote quadrans. Dabitur & arcus AC per 12 huius. Horum exempla proponere superuacaneum est, Cum ex antecedentis propositionis exemplis procliue sit ea assequi.

DE BASI, ET DVOBVS ANGVLIS.

PROPOSITIO, 30.

In triangulo sphærico rectangulo, adscripta anguli vnius est ad adscriptam complementi anguli alterius, vt radius ad sinum complementi baseos.

Repetito diagrammate 27 huius. Cum duo circuli AG, AH, secent se inuicē in A. Et ab vno ipsorum, nimirum AH; deducti sint ad alterum perpendiculares arcus HG, FE. Erit ex 21 huius, adscripta arcus HG, hoc est ad scripta anguli HAG, & per 4 huius anguli BAC, adscriptam arcus FE, scil. complementi arcus ED, vel anguli C. vt sinus quadrantis AG, id est radius, ad sinum arcus AE, nimirum ad sinum complemēti baseos. Simili modo demōstrabimus adscriptā anguli C esse ad adscriptam complementi anguli EAB, vt est radius ad sinum cōplementi basis. Quare adscripta anguli vnius est ad adscriptā complemēti anguli alterius, vt radius ad sinum complementi basis.



ALITER

Ex 16 huius & 1 coroll. 15 lib. 2. ratio radij ad adscriptam arcus HG, hoc est anguli A, componitur ex ratione radij ad adscriptā arcus FE, complementi anguli C. Et ex ratione sinus arcus EA complementi baseos AC, ad radium. Abiectis autem vtrinque æqualibus, nimirum vno radio, supersunt quatuor rectæ proportionales. Quarum adscripta anguli A est ad adscriptam complementi anguli C, vt radius ad sinum complementi basis AC. Eodem modo demonstrabimus adscriptam anguli C esse ad adscriptam complementi anguli A, vt radium ad sinum complementi AC. Quod propositum fuit.

ALITER.

Ex 18 huius ratio sinus quadrantis OA; id est radij ad sinum arcus AE, componitur ex ratione sinus GH ad sinum HK. id est ex 1. coroll. 15. lib 2. ex ratione adscriptæ GH ad radium. Et ex ratione sinus arcus KF ad sinum arcus FE, id est ex eodem coroll. 15. lib. 2. ex ratione radij ad adscriptam FE. At ex iisdem quoque componitur ratio adscriptę GH ad adscriptam FE. Vt igitur adscripta GH est ad adscriptam EE, id est adscripta anguli BAC, ad adscriptā complementi anguli C, sic radius est ad sinum arcus AE, hoc est ad sinum complementi basis. Quod demonstrandum erat.

CO ROLLARIVM

Hinc planum fit, si in triangulo sphærico rectangulo, duo quælibet ex his tribus data fuerint: nimirum basi, & duobus angulis, dari tertium.

In triangulo ABC ex basi AC & angulo C inueniendus est angulus A. Erit igitur ex hoc theoremate radius ad sinum complementi AC, vt adscripta anguli C ad adscriptam complementi anguli A. Quorum datis tribus primis, quartum dabitur, scil. adscripta complementi anguli A. Et per canonem adscriptarum complementum anguli A. Ipseque angul⁹ A.

¶ Haud aliter ex datis AC, A inueniemus C. Erit enim ex hoc theoremate radius ad sinū cōplementi AC, vt adscripta anguli A ad adscriptam complementi anguli C.

¶ Consimiliter ex eodem theoremate datis A & C inueniemus AC. Erit enim adscripta anguli A ad adscriptam complementi anguli C, vt radius ad sin. complementi AC

Exemplum. Detur AC 30. C 23 g̃. 51 m̃. 20 2̃. Quæritur A. Quia radius est ad sinum complementi AC, vt adscripta anguli C ad adscriptam complementi anguli A. Est autem radius 1 sex. 1̃. Sinus complementi AC 51 g̃. 57 m̃. 41 2̃. Adscripta anguli C. 26 g̃. 32 m̃. ideo multiplicatione & diuisione peractis, existit quartus proportionalis 22 g̃. 58 m̃. 42 2̃. scil. adscripta complementi A. Cuius arcus ex canone adscriptarum est 20 g̃. 57 m̃. complementum 69 g̃. 3 m̃. nimirum angulus A.

REGIOMONTANI METHODVS.

Vt ex datis AC & C iuxta Regiomontanum inueniatur A, quæratur primo per 26 huius AB: deinde per 27 huius A.

¶ Haud secus ex datis AC & A inuenietur angulus C.

¶ Si vero ex datis A & C quæritur basis AC. Vestigetur primo vnū de lateribus ambientibus AB, BC, per 27 huius. Postea latus AC per 26 huius.

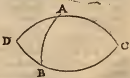
PTOLEMÆI METHODVS.

Quoniā ex 17 huius ratio sinus KH, ad sin. HG cōponitur ex ratione sin⁹ KF ad sinū FE, & ex ratione sinus EA ad radium. Sequitur datis A & C angulis dari basin AC. Dabuntur siquidem arcus KH, HG, KF, FE, ipsorumque sinus. Quare si ex ratione data sinus KH ad sinum HO sustuleris rationem sinus KF ad sinū FE datam, restabit ratio sinus arcus EA, ad radium data. Datus est radius, dabitur ergo sinus arcus EA & per canonem sinuum arcus EA, residuusque ad quadrantem, AC.

¶ Vt autem ex dato arcu AC & angulo A inueniatur angulus C, si ex ratione sinus KH ad sinum HG data, auferatur ratio sinus EA ad radium data pariter, restabit ratio sinus KF ad sinum FE data. At quoniam neuter arcuum datur, sed totus KE, dabitur per 12 huius arcus FE, residuusque ED, hoc est, angulus C.

¶ Consimiliter arcus AC datus vna cum angulo C, angulum A cognitum suppeditabunt datæ nanque rationes sinus KF ad sinum FE, & sinus EA ad radium simul compositæ, rationem sinus KH ad sinum HO notam pręstabunt. Quo fit vt cum totus arcus KF sit cognitus, detur per 12 huius arcus GH, hoc est angulus A.

Expositum à nobis est quemadmodum ex quibusdam in triangulo datis reliqua inuenirentur. Verum quoniam in superioribus demonstrationibus sumpsimus, ad defugiendam diagrammatum congeriem, triangulum rectangulum cuius duo latera ambientia sunt quadrante minora, demonstrandum est generales has esse propositiones ad omnia triangula, qualiacunque sint latera rectum ambientia. Etenim ea vel ambo sunt quadrante minora, vel ambo maiora, vel alterum quadrante minus, alterum maius. Si minora quadrante, catagraphæ demonstrationesque iis accomodatæ sunt.



Si vero alterum maius, alterum minus, vt in triangulo ABD rectum ad B habente angulum, sit BD quadrante maius: AB, minus. Producāturque arcus DA, DB, donec concurrant in C. Eruntque semicirculi DAC, DBC. Et quoniam arcus DB est quadrante maior, residuus BC erit quadrāte minor. Erit igitur triāgulum sphęricū ABC rectāgulum, rectū ad B habens angulum, latera vero ambiētia AB, BC quadrāte minora, Pertinent igitur theoremata superiora ad triāgulū ABC. Ergo & ad triāgulum quoque ABD, propterea quod laterum & angulorum vtriusque sin⁹ sunt ijdē. Arcuū nanque AC AD, vnus idemque sinus est. Item arcuū CB, BD: Lat⁹ autem AB cōmune est Et āguli C & D æquales, sinū habēt eūdem: Idem quoque est binorū CAB, DAB angulorū sin⁹. Et binorum CBA ABD, cum vnus sit duorum angulorum duobus rectis æqualium sinus.

Quod si vtrunque laterum rectum ambientium AB, BD sit quadrante maius, BC erit quadrãte minus, sed & AB maius. Ergo ex iis quæ modo demonstrauimus, theoremata quadrant in triãgulum ABC, Et quia sinus arcuum & angulorum duorum triangulorum ABC, ABD sunt iidem, idcirco & triangulo quoque ABD, cuius duo latera rectum ambientia sunt quadrante sigillatim maiora, conuenient. Quadrant igitur ad omnia triangula. Quod demonstrandum fuit.

PROPOSITIO 31.

Aliter ex datis duobus quibuscunque trianguli sphærici rectãguli terminis, tertiũ inuenire.

Ex 25 propositione radius est ad sinum complementi lateris ambientis, vt sinus complementi reliqui ambientis ad sinum complementi basis. Et quoniam ex 1. coroll. 15 lib. 2 radius est medius proportionalis inter hypotenusam arcus & sinum complementi eius, erit Hypotenusa lateris ambientis ad radium, vt sinus complemẽti reliqui ambientis ad sinũ complementi basis. Qui alter modus est. Quo permutatim sumpto, hypotenusa lateris ambientis est ad sinum complementi alterius ambientis, vt radius ad sinum complementi basis. Ergo ex eodem corollario. Hypotenusa ambientis est ad sinum complementi alterius ambientis, vt hypotenusa basis ad radium. Et conuersim, sinus complementi vnius ambientium est ad hypotenusam alterius ambientis, vt radius ad hypotenusam basis. Qui tertius modus est. Permutatim autem, sinus complementi ambientis est ad radium, vt hypotenusa ambientis ad hypotenusam basis. Ergo ex eodem coroll. radius est ad bypotenusam ambientis, vt hypotenusa alterius ambiẽtis ad hypotenusam basis. Qui quartus modus est.

¶ Consimiliter demonstrabimus ad 28 propositionem huius quæ est eiusmodi, in triangulo sphærico rectangulo, adscripta anguli est ad adscriptam lateris ambientis sibi oppositi, vt radius ad sinum reliqui ambientis. Per 2 enim coroll. 15 lib. 2 adscripta anguli erit ad adscriptam lateris ambientis sibi oppositi, vt hypotenusa complementi alterius ambientis ad radium. Et conuersim, adscripta lateris ambientis erit ad adscriptam anguli sibi oppositi, vt radius ad hypotenusam complementi alterius ambientis, qui alter modus est. Primo autem permutatim sumpto. Adscripta anguli est ad radium, vt adscripta ambientis dicto angulo oppositi, ad sinum alterius ambientis. Et per 19 lib. 2 radius est ad adscriptam complementi anguli, vt adscripta lateris ambientis ei oppositi ad sinum alterius ambientis. Qui tertius modus est. Consimili vestigatione reliquam varietatem singulorum problematum explicandorum venati sumus. Quam vt in ptomptu ad quotidianos vsus foret, per singula theoremata perscripsimus.

VARIETAS MODORVM INVENIENDI IN TRIANGVLO SPHÆRICO RECTANGVLO EX DVOBVS DATIS TERTIVM.

DE TRIBVS LATERIBVS.

1 Radius	Sin. compl. ambient.	Sin. compl. alte. amb.	Sin. comp. basis.
2 Hypoten. amb.	Radius	Sin. compl. amb.	Sin. comp. bas.
3 Sin compl. amb.	Hyp. amb.	Radius	Hyp. bas.
4 Radius	Hyp. amb.	Hyp. alter. amb.	Hyp. bas,

DE BASI, LATERE AMBIENTE, ET ANGVLO NON AB EIS COMPREHENSO.

1 Sin. bas.	Radius	Sin. amb.	Sin. ãg. oppos. lat. ãb.
2 Radius	Hyp. compl. bas.	Sin. amb.	Sin. ang. amb. oppos.
3 Sin. amb.	Sin. bas.	Radius	Hyp. cõpl. ãg. ãb. op.
4 Hyp. compl. amb.	Radius	Hyp. cõpl. bas.	Sin. ang. amb. oppos.
5 Radius	Hyp. compl. amb.	Sin. basis	Hyp. cõp. ang. ãb. opp.
6 Hyp. compl. bas.	Hyp. cõpl. amb.	Radius	Hyp. cõpl. ãg. ãb. op.

DE LATERE AMBIENTE ET DVOBVS ANGVLIS.

1 Sin. comp. amb.	Sin cõ. ang. ãb. oppo.	Radius	Sin alterius anguli.
2 Radius	Hyp. ambiẽt.	Sin. comp. ang. ãb. op.	Sin reliqui anguli.
3 sin. cõpl. ang. ãb op.	sin comp. amb.	Radius	Hy. cõpl. ang. alterius.
4 Hyp. ang. amb opp.	Radius	Hyp. amb.	sin. ang. reliqui.
5 Hyp. amb.	Hyp. ang. amb. oppo.	Radius.	Hyp comp. alte. angu.
6 Radius	Hyp. ang. amb. opp.	Sin. comp. amb.	Hyp. comp. reliq. ang.

DE

DE LATERIBVS AMBIENTIBVS ET VNO ANGVLO.

1 Adſcripta anguli	Adſc.amb.ei oppoſiti	Radius	Sinus alterius ambiēt.
2 Adſcripta ambient.	Adſc. ang. ei oppoſiti	Radius	Hypoten.cōp.alt.āb.
3 Radius	Adſcr.compl.anguli	Adſc. amb.ang.oppoſ.	Sin. altetius ambient.
4 adſc.cōp.āb.op.ang.	Radius	Adſc.compl. anguli	Sin.alterius ambient.
5 Adſcr.cōpl.ang.	Adſc.cōp.āb.el oppo.	Radius	Hyp.cōp.alteriꝰ āb.
6 Radius	Adſcr.anguli	adſc.cōp.āb.opp.ang.	Hyp.cōp.alteriꝰ amb.

DE BASI LATERE AMBIENTE ET ANGVLO AB IIS COMPREHENSO.

1 Adſcripta Baſis	Adſcr. amb.	Radius	Sin.cōp.āg. ab eis cōpr.
2 Radius	Adſc. compl. baſ.	Adſcr.amb.	Sin. compl. anguli
3 Adſc. amb.	Adſcr.baſ.	Radius	Hyp. ang. ab iis cōpr.
4 Adſcr. compl. āb.	Adſcr. compl.baſ.	Radius.	Sin.cōpl.āg. ab iis cōp.
5 Radius.	Hyp. compl.āb.	Adſcripta baſ.	Adſcripta anguli
6 Adſcr. compl. baſ.	Radius	Hyp. compl. amb.	Adſcripta ang.

DE BASI ET DVOBVS ANGVLIS.

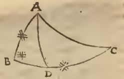
1 Adſcr. ang vnius	Adſcr. cōpl. āg. alt.	Radius	Sin. compl. baſ.
2 Radius	Adſc. cōpl.ang.vnius	adſcr. cōpl. āg.alteriꝰ	Sin. compl. baſ.
3 adſcr. cōpl. āg.vniꝰ	adſcr. ang. alterius	Radius	Hypoten. baſ.
4 Radius	adſcr. ang. vnius	adſcr. ang. alterius	Hypoten. baſ.

Cnm in triangulis ſphæricis rectangulis, præter rectum angulum duo alia ſemper dentur ad inuentionem quarti. Fit vt quatuor terminorum proportionalium tres ſemper dati ſint, nempe ſinus, vel adſcriptę, vel hypothenuſæ duorum datorum vel arcuum, vel angulorum, vel arcus vnius & vnius anguli, inſuperque ſinus anguli recti, idque radius, quartus autem reſtet inueſtigandus, ſcil. ſinus, vel adſcripta, vel hypothenuſa quæſiti arcus angulíve. Hi quatuor termini, quo ordine in ſingulis problematibus ſint proportionales, ex his patet. Ita per regulam auream ex tribus datis quartus datur, & per canonem vel ſinuum, vel adſcriptarum, vel hypothenuſarum, arcus, anguluſue quæſitus. Licet autem toties opus variare, quot modi ſint explicandi cuiuſque problematis.

DE TRIANGVLIS SPHÆRICIS OBLIQVANGVLIS. PROPOSITIO 32.

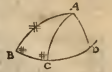
Datis duobus trianguli ſphærici non rectanguli lateribus, & angulo ab iis comprehenſo, reliqua inuenire.

Trianguli ABC non rectanguli duo latera AB, BC data ſunto, cum angulo ab iis comprehenſo, Ex his reliqua ſunt inuenienda. Huius problematis quemadmodum & reliquorum explicatio habebitur, triangulo non rectangulo dato in duo rectangula reſoluto, tum enim cætera veſtigabimus ex trianguli rectanguli problematibus. Ex A igitur termino vnius datorum laterum, ducatur in reliquum latus datum BC, perpendicularis arcus AD. Qui quoniam neuter angulorum B & C rectus eſt, neutri laterum AB AC congruet. Cumque à quouis puncto in ſphæræ ſuperficie norato duo perpendiculares arcus hinc inde in ſubiectum circulum duci poſſint, cum hic accipimus, qui datum ſubtendit angulum, non qui eius conſequentem. Porro is vel intra triangulum cadet, vel extra. Quodquidem ex datis deprehendi nondum poteſt, at deprehendetur ex opere.



Fiet nanque triangulum ABD, rectum habens ad D angulum, cuius baſis AB, & angulus B data ſunt: Ergo ex 29 huius latus BD dabitur, poſteaque latus AD & angulus BAD. Si igitur BD arcus nunc innentus minor fuerit arcu BC, argumento eſt perpendicularem AD cadere intra triangulum: ſi maior, extra, & verſus C. Sit minor, cadet ergo perpendicularis intra triangulum. Arcu autem BD ex argumentatione cognito, ſubducto ex BC per hypotheſim daro, reſtabir DC datus. Rurſus igitur in triangulo ADC, rectum ad D habente angulum, ex datis AD, DC arcubus reliqua cognoſcentur, per rriang. rectanguli problemata. Nēpe angulus C, arcus AC, & angulus DAC. At & reliquus DAB cognitus. Totus igitur BAC cognoſcetur.

¶ Quod si arcus BD per argumentationē inuentus maior sit arcu BC, perpendicularis AD cadet extra triangulum, vt in 2 descriptione. Nihilo tamen secius arcus AD, & angulus BAD cognoscentur. Subducto autem arcu BC dato, ex arcu BD per argumentationem cognito, relinquetur arcus CD datus. Iterumque in triangulo ACD rectum ad D habente angulum, ex datis AD, DC arcubus, dabuntur reliqua per triang. rectang. problemata, scil arcus AC, angulus ACD, & eius consequens ACB, angulusque CAD, qui subductus ex BAD ante cognito, relinquet BAC notum. Quod inueniendum fuit.

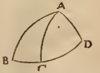


Exemplum. In triangulo ABC obliquangulo, detur AB 12 g. 52 m. 29 2. BC 13 g. 48 m. angulus ABC 83 g. 58 m. 45 2. Ex A igitur termino vnius datorum laterum, demitto perpendicularem arcum in reliquum latus datum BC, eum inquam arcum qui subtendit angulum ABC, quique cadit in latus BC protractum, si res tulerit versus C. Is esto AD: fietque triangulum ABD rectangulum, cuius datum AB latus, & angulus B: dabitur ergo BD. Erit enim ex 29 huius facta transpositione terminorum, radius ad sinū compl. B, vt adscrip. AB ad adscr. BD. Radius est 1 sex. 1. cumque angulus B sit 83 g. 58 m. 45 2. complementum ipsius 6 g. 1 m. 15 2. sinus erit 6 g. 17 m. 36 2. Adscripta AB 13 g. 42 m. 50 2. quartus igitur proportionalis 1 g. 26 m. 17 2. nimirum adscripta BD. Ergo BD ex can. adscript. 1 g. 22 m. 24 2. Qui arcus quoniam minor est arcu BC, arguit perpēdicularem AD cecidisse intra triāgulum, vt in priori figura. Restat ergo DC 12 g. 25 m. 36 2. In eodem ABD triangulo ex arcu AB & angulo B, noscetur AD. Erit enim radius ad sin. AB, vt sin. ang. B ad sin AD Radius est 1 sex. 1. sin. AB 13 g. 22 m. 10 2. sin. B 59 g. 40 m. 9 2. Quartus proportionalis erit 13 g. 17 m. 45 2. nimirum sin. AD. Quare AD ex can. sin. 12 g. 48 m. Rursus in triangulo ADC rectangulo, ex notis AD, DC arcubus, noscetur arcus AC, & angulus C. Erit enim ex 25 huius radius ad sin. compl. AD, vt sin. compl. DC ad sin. compl. AC. Radius est 1 sex. 1. sin. compl. AD, scil. arcus 77 g. 12 m, est 58 g. 30 m. 32 2. Et quia DC est 12 g. 25 m. 36 2. complementum ipsius 77 g. 34 m. 24 2. eius sinus erit, 58 g. 35 m. 40 2. quartus igitur proportionalis nimirum sin. compl. AC 57 g. 8 m. cuius arcus 72 g. 13 m. cōpl. 17 g. 47 m. nempe AC. Ad angulum vero C cognoscendum, sic ratiocinabimur. Ex 28 huius sin. DC est ad radium, vt adscript. AD ad adscript. C. Est autem sin. DC 12 g. 54 m. 40 2. Adscr. AD 13 g. 37 m. 54 2. Erit igitur adscript. C 1 sex. 1. 3 g. 20 m. Itaque angulus C ex can. adscript. 46 g. 33 m. Denique & illud quoque planum est angulos BAD, CAD, atque adeo totum BAC, ex iisdem problematibus trianguli rectanguli cognitum iri. Ex hoc autem exemplo facile est intelligere, quę sit operis ratio, cum perpendicularis cadit extra triangulum.

PROPOSITIO 33.

Perpendicularis arcus ab vno trigoni angulo, in latus duobus vel acutis, vel obtusis angulis adiacens, demissus, cadit intra triangulum. In latus autem vni acuto, alteri obtuso adiacens, cadit extra.

Esto triangulum ABC, cuius duo ad basim anguli ABC, ACB, vel simul acuti sint, vel simul obtusi. Aio perpendicularem arcum ex A in latus BC ductum, cadere intra triangulum. Secus duobus angulis B & C acutis existentibus, cadat, si fieri potest extra, vt AD, producaturque arcus BC in D. Quoniam igitur duo anguli B & C sunt acuti, erit angulus ACD obtusus per 4 huius. Cui cum in triangulo ACD rectangulo opponatur arcus AD, erit AD quadrante maior per 7 huius. Rursusque cum in triangulo ABD, rectum ad D habente angulum, angulo ABD acuto opponatur arcus AD, is erit quadrante minor, per eandem 7. sed & maior demonstratus est. Quod fieri nequit. Non igitur arcus perpendicularis AD cadit extra triangulum. Quinetiam in neutrum laterum AB, AC: quod anguli B & C ex hypothesi sint acuti. Intra triangulum igitur, quod eodem modo demonstrabimus positis angulis B & C obtusis simul ambobus.



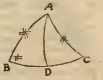
¶ Nunc autem in triangulo ABD, sit angulus B acutus: D obtusus. Aio perpendicularem AC cadere extra triangulum, secus enim, si fieri potest, cadat intra triangulum. Cum igitur trianguli ACD rectum ad C habentis angulum, angulus D sit obtusus, arcus AC ei opposit erit quadrante maior per 7 huius. Rursusque cum in triangulo ACB rectum ad C habent angu

angulum, angulus ABC sit acutus, arcus AC ei oppositus quadrante minor erit per eandem 7. Sed & quadrante maior est demonstratus, quod fieri nequit. Non igitur perpendicularis arcus cadit intra triangulum. Ne in latera quidem AB, AD cum angulorum B & D alter sit obtusus, alter acutus. Cadit ergo extra triangulum. Quod d. f.

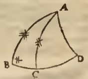
PROPOSITIO 34.

Datis duobus trianguli sphærici non rectanguli lateribus, & angulo vni eorum opposito, cognitaque specie alterius anguli reliquo lateri dato oppositi, cætera inuenire.

Trianguli ABC dentur duo latera AB, AC & angulus B vni eorum, videlicet AC oppositus. Data etiam esto species anguli C, alteri iam dictorum laterum oppositi. Ex his reliqua sunt inuenienda. Cum igitur duo anguli B & C specie dati sint, dabitur ex antecedenti quemadmodum perpendicularis arcus demissus ex A in oppositum latus BC cadat, hoc est intra ne an extra triangulum. Cadat igitur primo intra triangulum vt in priori figura, AD. Trianguli igitur ABD rectum ad D habentis angulum, latus AB cum angulo B datum est. Ergo reliqua dabuntur ex probl. triang. rectang. nimirum angulus BAD, & latera AD, BD. Haud aliter in triangulo ADC rectangulo, ex arcubus AD, AC datis, dabitur arcus CD, qui cum BD dato, datum efficiet totum BC. Dabuntur quoque anguli C & CAD, pro indeque totus BAC, summa duorum, BAD, CAD datorum.

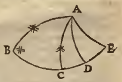


¶ Nunc autem cadat perpendicularis AD extra triangulum, vt in 2 figura. Trianguli igitur ABD rectum ad D habentis angulum, datur latus AB & angulus B. Dabuntur ergo ex probl. triang. rectang. arcus AD, BD, & angulus BAD. Haud absimili ratione in triangulo ADC rectangulo, ex datis AD, AC arcubus, dabitur arcus DC, & anguli CAD, ACD, hoc est per 4 huius ACB. Subductus autem arcus DC ex arcu BD, relinquet arcum BC datum. Itemque angulus CAD detractus ex angulo BAD dato, relinquet angulum BAC datum. Quod inueniendum fuit.



¶ Cauimus autem per hypothesim, vt nota esset species anguli reliquo datorum laterum oppositi, alioquin hypothesis non esset suffectura ad reliqua inuenienda. Eo siquidem ignorato, nesciur quemadmodum perpendicularis arcus à communi termino datorum laterum demissus in oppositum latus cadat, hoc est, intrà ne an extra triangulum, vt paret ex antecedenti. Quamobrem vtrum arcuum & angulorum secundi trianguli ad arcus angulosque primi adiectio an detractio facienda sit, non liquet. Quod ita demonstrabimus.

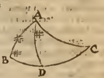
Esto triangulum ABD, rectum ad D habens angulum. Et continuato arcu BD versus C, ponatur ipsi æqualis DC, ducto arcu maximi circuli AC. Erit igitur ex 12 lib. 2 sphæric. arcus AC æqualis arcui AE, vel ex 5 lib. 1 sphæric. Menelai. Proferatur iterum arcus EC vsque ad B, vt tamen totus EB arcus sit semicirculo minor, ducaturque arcus max. circuli AB. Patet igitur fore duo triangula ABC, ABE, quæ communia habeant angulum B, latusque AB. Quinetiam latera AC & AE æqualia. Cum tamen tertium latus vnius BC, sit tertio lateri alterius BE inæquale. Et anguli BCA, BAC vnius, angulis BEA, BAE alterius inæquales. Quare nisi quis teneat vtrum perpendicularis AD cadat extra triangulum, an intra, nesciat vtrum arcus DE ad arcum BD sit adiiciendus, vt fiat totus BE: an detrahendus, vt relinquatur BC. Ac vtrum angulus DAB ad angulum BAD sit aggregandus, vt existat BAE: an ab eodem summouendus, vt restet BAC. Denique vtrum ex sinu anguli ACD, angulus recto minor, vt AEB: an maior, vt ACB sit sumendus. Errauit igitur Copernicus propos. 11 triangulorum sphæricorum, cum sic ait, omne triangulum cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo, datorum efficitur angulorum & laterum. Nam 2 casu propositionis illius sumit in hypothesi triangulum, cuius duo dantur latera & angulus vni eorum oppositus, existimans ex iis datis dari reliqua. Quod aliter se habere demonstrauimus.



PROPOSITIO 35.

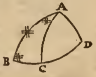
Duobus angulis trianguli non rectanguli, vna cum latere vtrique adiacente datis, reliqua inuenire.

Trianguli ABC non rectanguli, anguli B & BAC dati sunto, vna cum latere vtrique adiacen te AB. Ex his datis, reliqua sunt inuenienda. Ab vno datorum angulorum, vt A, demitto perpendicularem arcum ad latus oppositum, non datum, qui subtendat reliquum angulũ datum, & esto AD. Is autem intra ne an extra triangulum cadat, nondum ex hypothesi cognoscitur, sed mox cognoscetur ex opere. Fit nanque triangulum ABD rectangulum, cuius ex datis arcu AB & angulo B, reliqua cognoscentur per probl. triang. rectang. nimirum arcus BD & AD, & angulus BAD. Qui si minor inueniatur angulo BAC dato, arguit perpendicularem cadere intra triangulum, si maior, extra.



Sit in presentia minor, cadet ergo perpendicularis arcus intra triangulum, vt in 1 figura. Fietque nouum triangulum ADC rectangulum. cuius arcus AD datus est, & angulus DAC (subducto vtique angulo BAD per argumentationem cognito, ex angulo BAC per hypothesim dato) quare per probl. triang. rectang. latera AC, DC & angulus C dabuntur. Duobus autem BD DC arcubus additis, conflabitur totus BC datus.

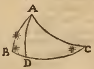
¶ Deinceps angulus BAD maior esto angulo BAC dato. Cadet ergo perpendicularis arcus AD extra triangulum, vt in 2 figura, producto arcu BC vsque ad D. Fit ergo triangulum ABD rectangulum, cuius ex arcu AB & angulo B cognitis, reliqua cognoscentur, per problemata triang. rectãgulorum, nimirum arcus AD, BD, & angulus BAD, e quo subductus BAC datus, relinquit CAD datum. Iterúmque in triangulo ADC rectangulo, ex arcu AD & angulo DAC, noscẽtur arcus AC, CD & angulus ACD per eadem triangulorum rectangul. problemata. Subducto itaque arcu DC dato ex arcu BD itidem dato, relinquetur arcus BC datus. Ex angulo quoque ACD noscetur ipsius consequens ACB, duorum rectorum reliquus, per 4 huius.



PROPOSITIO 36.

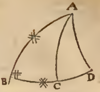
Duobus angulis trianguli non rectanguli, & latere vni eorum opposito datis, cognitoque vtrum alterum latus reliquo angulo dato oppositum sit quadrante maius, an minus, reliqua inuenire.

Esto triangulum ABC non rectangulum, cuius duo anguli ABC, ACB dati sint, vna cum latere AB vni eorum opposito, scil. C. Datum etiam esto vtrum latus AC alteri B angulo dato oppositum sit quadrante maius, an minus. Ex his datis reliqua sunt elicienda. Ab angulo A non dato, in latus BC datis adiacens angulis ducatur perpendicularis arcus AD. Qui cadat ne intra an extra triangulum, anguli B & C dati per antecedentem propos. docebũt. Cadat igitur primo intra. Trianguli igitur ABD, rectanguli basi AB & angulo B datis, arcus AD, BD & angulus BAD, per probl. triang. rectang. dabuntur. Similiter trianguli ADC, rectum ad D habentis angulum, arcu AD & angulo C datis, cognitoque an latus AC quadrante maius sit an minus, dabuntur arcus AC, DC, & angulus DAC. Duo autem anguli BAD, DAC dati, simul additi, notum efficient totum BAC angulum, pariterque duo arcus BD, DC cogniti ex argumentatione, totum BC præstabunt datum.

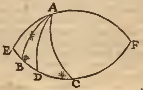


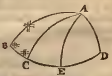
¶ Secundo cadat perpendicularis extra triangulum, vt in 2 fig. AD producto BC arcu vsque ad D. In triangulo igitur ABD, rectum ad D habente angulum, ex basi AB & angulo B datis, dabuntur arcus AD, BD, & angulus BAD. Itemque in triangulo ACD rectangulo, ex arcu AD & angulo ACD datis, datoque vtrum arcus AC sit quadrante maior an minor, dabuntur

tur arcus AC, CD & angulus CAD. Arcus autem CD datus, ex arcu BD dato detractus, relinquet arcum BC datum. Pariterque angulus CAD datus, ex angulo BAD dato ablatus, reliquum facit BAC datum. Quod F. fuit.



¶ Quod autem duos trianguli non rectanguli datos esse angulos vna cum latere vni eorum opposito, ad reliqua inuestiganda non sufficiat, patet ex iis quę à nobis demonstrata sunt ad coroll. 8 huius. Cum alterum è triangulis rectangulis in quę datum triangulum resoluitur, habeat tantum latus rectum ambiens cnm angulo ei opposito data, ex quibus cœtera inueniri nequeunt. Quod vt fiat apertius, repetatur diagramma prioris πτώσεως huius problematis. Constat igitur in triangulo ABD rectangulo, ex basi AB & angulo B datis, dari arcus AD, BD angulumque BAD. Verum in triangulo ADC, quamuis, latus quidem ambiens AD detur per argumentationem, angulus vero C ei oppositus, per hypothesim, non tamen dabuntur arcus AC, CD, nec angulus DAC, vti demõstrauimus ad coroll. 8 nisi detur vtrũ arc⁹ AC sit quadrãte maior, vel minor. Sint enim arcus AD, DC sigillatim quadrante minores, & arcus BD minor arcu DC, ponaturque arcui DC æqualis DB. Denique per E & A puncta describatur arcus maximi circuli EAF. Qui cum arcu EBC producto concurrat in F. Eritque angulus ACD æqualis angulo AEC per 12 lib. 2 sphæricorũ & 9 huius. Arcus enim AF, AC erunt ęquales, & triãguli æquicrurii EAC anguli E & C ad basin æquales. per 9 huius Angulus igitur ACD æqualis erit angulo F, per 2 huius. Quare duo triangula DCA, DFA, habebunt latus AD commune, & angulos ACD, AFD ei oppositos æquales, nec tamen sunt æquilatera nec æquiangula. Est enim arcus AF maior arcu AC, & arcus DF, arcu DC. Angulus denique DAF angulo DAC. Vt dubium sit ex sinũ inuento arcus ne AC an AF sit assumendus. Et arcus DE an DF, arcui BD iam inuento adiiciendus. Vter etiam angulorum DAC, DAF, angulo BAD sit adiungendus. Quinimo quæ in triangulo BAC dantur, eadem dantur & in triangulo quoque BAF. Latus videlicet AB, & angulus ABC, que vtrique sunt communia, & anguli ACB, AFB æquales. Reliqua tamen sunt inæqualia BC, BF, & AC, AF, angulique BAC, BAF. Idem quoque demonstrari poterit in 2 πτώσει. Sit enim vtrunque laterum AB, AC quadrante maius. Cum igitur arcus AD (vt perpendicularis) sit per 1 lib. 3 sphæric. minimus omnium ex A ad arcum BD deductorum, minor erit eo qui abest arcui AC ad semicirculum. Poterit igitur ex A duci ad arcum CD arcus max. circuli qui cum AC perficiat semicirculum. Is esto AE. Eritque vt modo demonstrauimus angulus AED, æquus angulo ACD. Ergo & reliquus AEB reliquo ACB. Sunt igitur duo triangula ABC, ABE quibus latus AB angulusque B sunt cõmunia. Quin & angulus ACB vnius, æqualis angulo AEB alterius: Cum tamen tertii anguli BAC, BAE sint inæquales, arcusque BE, BE & AC, AE, Quocirca licet in triangulo ABD rectangulo ex basi AB & angulo B datis, dētur reliqua, nimirum arcus AD, BD & angulus BAD: tamen in triangulo ACD, in quo arcus AD per argumentationem est, & angulus ACD (quoniam eius consequens ACB datus est) reliqua non dantur Est enim & AED quoque triangulus eadem habens data, nimirum arcum AD & angulum AED. Quare inuento sinu arcus AC, dubium est ad ipsum ne an ad arcum AE pertineat. Idem enim vtriusque sinus est. Dubium quoque vtrum ex sinu angulus CAD an EAD sit eliciendus, & vter ipsorum angulo BAD detrahendus nec de arcubus CD, DE liquet. Quod si faciamus datum esse latus quod ad obtusum angulum, vt AE in triangulo ABE, idem quoque demonstrari poterit, positis arcubus BA, AC semicirculo coniunctim æqualibus. Erunt enim duo triangula ABE, ACE quorum quamuis commune est AE latus angulusque AEB, & anguli ABF, ACE æquales, reliqua tame sunt inæqualia.



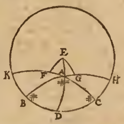


Liquido igitur constat ex duobus angulis trianguli non rectanguli & latere vni eorum opposito datis, non continuo dari reliqua: nisi detur vtrum alterum latus reliquo dato angulo oppositum sit quadrante maius, an minus. Qua in re lapsi sunt clariss. mathematici Regiomontanus & Copernicus. Regiomontanus quidem propos. 32 lib. 4 triang. quæ talis est. Duobus angulis trianguli non rectanguli cognitis cum latere alterum eorum subtendente, reliquum angulum, reliquaque latera inuestigare. Et Copernicus prop. 12 triang. sphæricorum, quæ est eiusmodi. Adhuc autem si duo anguli vtcunque dati fuerint cum aliquo latere eadem euenient. Nam in 2 ptosi assumit triangulum, cuius vni duorum datorum angulorum datum latus opponitur.

PROPOSITIO 37

Datis tribus angulis trianguli sphærici obliquanguli, latera inuenire.

Esto triangulum sphæricum ABC nullum habens rectum angulum. Cuius dari sint omnes anguli. Ex his datis latera sunt inuenienda. Habebit ergo duos saltem angulos vel obtusos, vel acutos. Sint acuti B & C anguli. Perpendicularis igitur arcus à tertio angulo A in latus BC duobus acutis adiacens demissus, cadit intra triangulum. Is esto AD. Quo producto donec fiat quadrans DAE. Erit punctum E polus circuli BC per 5 huius. Polo igitur C & interuallo CE describatur arcus maximi circuli EF. Itemque polo B & interuallo BE, arcus maximi circuli EG. Producaturque arcus BA, CA vsque ad G & F. Et quia ductis EC, EB arcubus, anguli ECB, EBC sunt



recti, ideo arcus EF, EG, erunt angulorum C & B datorum complementa. Anguli que ad F & G recti, per 15 lib. 1 sphæric. Quocirca ex 26 huius in triangulo EFA rectangulo, sinus arcus FE erit ad sinum arcus EA, vt sinus anguli FAE ad sinum anguli EFA recti, id est ad radium. Et per eandem, in triangulo EAG sphærico rectum ad G habente angulum, sinus arcus AE est ad sinum arcus EG, vt radius ad sinum anguli EAG. Ex qua igitur ratione, sinus FE est ad sinum EG, vt sinus anguli FAE ad sinum anguli EAG. Dantur autem sinus arcuum FE, EG, cum ipsi arcus dati sint, quippe complementa datorum ACB, ABC angulorum: dabitur ergo ratio sinus anguli FAE ad sinum anguli EAG, id est per 4 huius, ratio sinus anguli DAC ad sinum anguli DAB. Cumque totus BAC angulus datus sit, dabitur vterque angulorum BAD, DAC per 12 huius. Hinc cum vtrunque triangulorum ABD, ACD habeat binos angulos datos. Triangulum quidem ABD angulos A & B. Triangulum vero ADC, angulos C & DAC, dabuntur & eorum latera AB, BD, AC, CD, per 27 & 30 huius, atque alias. Quod si duo anguli sint obtusi, cadet nihilo secius perpendicularis intra triangulum, vt in triangulo AHK, eritque demõstratio eadẽ. Nam polo E & interuallo EB descripto circulo BCHK. Et productis arcubus CAF BAG vsque ad concursum in K & H. angulus quidem ACB aberit à duobus rectis angulo ACH, id est AKH. Angulus vero ABC, angulo ABK, id est AHK. Eruntque angulorum AKH, AHK sinus iidem cum sinibus angulorum ACB, ABC & arcus FE, EG ipsorum complementa, vt prius.

COROLLARIUM.

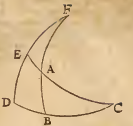
Hinc patet. Si ab vno angulo trianguli sphærici non rectanguli in oppositum latus perpendicularis arcus ducatur, sinus angulorum qui à perpendiculari & duobus contermini lateribus continentur, eandem inter se rationem habere, quam sinus complementorum angulorum ad basin eodem ordine sumptorum.

PROPOSITIO 38.

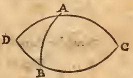
Datis tribus trianguli sphærici obliquanguli lateribus, angulos inuenire.

Esto triangulum sphæricum ABC obliquangulum: cuius tria latera data sint. Oportet ex iis datis angulos inuenire. Vel igitur vterque arcuum CB, CA est quadrante minor. Vel vterque maior quadrante: vel alter minor, alter maior. Faciamus vtrunque minorem esse quadrante, vt in primo huius diagrammate. Itaque polo C, & interuallo quadrantis describatur

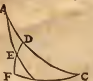
batur arcus maximi circuli DEF, ad quem vsque producantur arcus CA, CB, occurrentes ei in punctis D & E. Pariterque arcus BA continuetur donec cum eo concurrat in F. Quadrantes igitur erunt CD, CE: angulique CDF, CEF recti per 5 huius. Cum igitur duo maximorum circulorum arcus BF, FD secent se in F, eorumque ab vno, nempe FB resecti sint duo arcus ab intersectione incipientes BF, AF & à punctis A & B demissi sint ad alterum perpendiculares arcus AE, BD. Erit ex coroll. 15 huius sinus arcus BF ad sinum arcus AF, vt sinus arcus BD ad sinum arcus AE. Cumque arcus B D, AE complementa datorum AC, CB arcuum sint dati, eorumque sinus, data quoque erit ratio sinus arcus BF ad sinum arcus AF. Sed & eorundem arcuum differentia arcus AB datus est Dabitur ergo per 12 huius vterque arcuum BF, FA. Sic fient duo triangula BDF, AEF rectos ad D & E angulos habentia, quorum in vtroque ex datis duobus terminis dabuntur reliqua. per propositiones triangulorum rectangulorum. Nam in triangulo BFD, dantur latera DB, BF. Angulus igitur DBA dabitur, eiusque consequens ABC. Quin & arcus DF dabitur. In triangulo quoque AEF, dantur arcus EA, AF, ergo angulus EAF dabitur, id est per 4 huius BAC & arcus FE. Qui subductus ex toto DF per argumentationem dato, reliquum faciet arcum ED datum, hoc est angulum ACB. Trianguli itaque ABC dati, tres anguli sunt inuenti.



¶ Nunc autem faciamus vtrunque arcuum AC, CB quadrante maiorem esse, vt in 2 figura. Proferantur ergo donec concurrant. Semicirculi igitur erunt CAD, CBD. Cumque arcus CA, CB sint quadrante maiores, residui AD, BD quadrante minores erunt, iidemque cogniti. Quia residui ad semicirculos datis arcubus AC, CB. Sed & AB arcus ex hypothesi datus est. Triangulum ergo ABD habebit tria latera nota, è quibus duo AD, DB sunt quadrante minora. Ergo per 1 partem huius habebit angulos datos. At angulus C æqualis est angulo D per 2 huius. Et anguli CAB, CBA sunt angulorum DAB, DBA consequentes, & residui duorum rectorum per 4 huius. Trianguli igitur ABC, tres dabuntur anguli.



¶ Sit denique arcuum AC, CB alter AC quadrante maior, alter CB minor, vt in 3 descriptione & polo C, interuallo autem quadrantis delineetur arcus maximi circuli DEF, secans CA in D, & AB in E. Proferaturque arcus CB donec cum ipso concurrat in F. Cum ergo dati sint arcus CA, CF, dabuntur & eorum complementa AD, BF. Et quoniam duo maximorum circulorum arcus AB, DF. secant se in E, sumptique sunt in vno ipsorum ab intersectione E duo arcus EB, EA. Et ab eorum terminis B & A deducti sunt ad alterum DF perpendiculares arcus AD, BF, ratio sinus arcus BE ad sinum arcus EA, eadem erit rationi sinus arcus BF ad sinum arc. AD per coroll. 15 huius. Cumque sinus arcuum BF, AD dati sint, vt pote complementorum arcuum CB, CA, data erit & ratio sinus EB ad sinum EA. Sed & per hypothesim datus est totus AB arcus, si autem arcus datus in duos diuidatur quorum sinus rationem habeant datam, vterque dabitur. Vterque igitur arcuum BE, EA dabitur. Quamobrem in triangulo ADE, rectum ad D habente angulum ex duobus AD, DE datis arcubus, angulus A dabitur, & arcus ED. Itemque in triangulo EBF rectum ad F habente angulum, ex datis arcubus EB, BF, dabitur angulus EBF, eiusque consequens ABC, & arcus EF. Quo addito ad arcum ED datum, totus DF existet datus, hoc est angulus DCB per 1 coroll. 1 huius. Trianguli igitur ABC datis tribus lateribus, tres anguli dati sunt. Quod quærebatur.



HÆc ferme sunt, amplissime Belleuree, quæ ad rerum Astronomicarum & geographicarum dimensionem vsui fore duxi. Nanque alia problemata, quæ curiosæ inuestigationis sunt potius quàm vtilis & fructuosæ, tanquam à proposito aliena, de industria prætermisi. Quæ quidem commentabar, dum Christianissimi literarumque amantissimi Gallorum Regis Henrici III. & macaritæ P. Rami, professoris quondam Regii munificentia fruerer otio. Viri autem & genere & genio nobilis, diuinique Francorum poetę Petri Ronsardi vterer hospitio.

FINIS.

Excudebat Petrus le Voirrier, in Mathematicis Typographus Regius: Parisiis, anno 1581. Mense Augusti.